

A ARITMÉTICA É REDUTÍVEL À LÓGICA? UM DIÁLOGO ENTRE KANT, FREGE E RUSSELL

LETÍCIA SERPA GUARAGNI ^{1,2*}, NEWTON MARQUES PERON³

1 Introdução

Em 1884, Gottlob Frege publica uma das mais importantes obras da Filosofia da Matemática, “Die Grundlagen der Arithmetik” ou “Fundamentos da Aritmética”. Para então redefinir a aritmética e a visão kantiana, na primeira parte do texto é estabelecido a distinção entre a psicologia dos números e a lógica dos números, criticando a definição de Kant sobre a necessidade do Tempo como intuição pura, já que dependeria da subjetividade de cada indivíduo, e os números (e a aritmética) são objetivos e independentes da mente humana, ao contrário de Kant, que os veria como representações. Desta forma, Frege contrapõem a possibilidade de se assegurar objetivamente que números grandes em adição possam ter seus resultados evidentes (o caráter sintético), e isso se traduz no seu primeiro parágrafo como a “distinção entre fórmulas numéricas que tratam de números determinados como $2+5=7$, de leis gerais da aritmética válidas para todos os números” (FREGE, 1884 pg. 11).

A segunda parte do texto objetiva a distinção entre conceito e objeto e a relação entre eles para a definição de função. Os objetos são entidades individuais (como um ser humano, uma xícara de café, etc.) enquanto os conceitos são expressões lógicas que descrevem objetos e que atribuem propriedades e condições a estes. Frege define o número zero a partir dos conceitos lógicos de ser *equinúmero* e de ser *diferente de si mesmo*. Assim, se F é o conceito “ser diferente de si mesmo”, 0 é a extensão do conceito ser equinúmero a F . Já 1 é a extensão do conceito ser equinúmero a 0 ; 2 é a extensão do conceito ser equinúmero a 0 ou a 1 , e assim por diante. Frege, a seguir, define também em termos estritamente lógicos o conceito de ser sucessor. Por fim, todos os axiomas da Aritmética de Peano são demonstrados por meio de axiomas e leis lógicas gerais.

¹ Titulação acadêmica GRADUANDO, instituição UFFS, *campus CHAPECÓ*, contato: leticia.guaragni@estudante.uffs.edu.br

² Grupo de Pesquisa: LÓGICA E FILOSOFIA DA LINGUAGEM

³ Titulação acadêmica DOUTOR, instituição UFFS, **Orientador(a)**.

2 Objetivos

2.1 Geral

- Compreender o logicismo de Frege e Russell como uma resposta à filosofia da matemática de Kant, por meio da leitura e análise dos textos dos três autores.

2.2 Específicos

- Compreender as distinções kantiana entre analítico vs. sintético e a priori vs. a posteriori feitas na Crítica da Razão Pura e a ressignificação feita por Frege em seu Fundamentos da Aritmética;
- Investigar a relação entre espaço e tempo como formas a priori de sensibilidade na Crítica da Razão Pura, justificando o caráter puro da matemática e, ao mesmo tempo, sua aplicabilidade;
- Reconstruir o modo como Frege em seu Fundamentos da Aritmética. e Russel em seu Filosofia da Matemática buscam definir os conceitos aritméticos de zero, número e sucessor e demonstrar os axiomas da Aritmética;
- Relacionar o Paradoxo de Russell com a Lei Básica V dos Leis Básicas da Aritmética de Frege;
- Elencar as críticas à filosofia da matemática de Kant, Frege e Russell, pesando a viabilidade ou não de alguma dessas filosofias

3 Metodologia

A metodologia de trabalho consiste em cinco etapas:

1. Compreender as distinções kantiana entre analítico vs. sintético e a priori vs. a posteriori feitas na Crítica da Razão Pura e a ressignificação feita por Frege em seu Fundamentos da Aritmética
2. Investigar a relação entre espaço e tempo como formas a priori de sensibilidade na Crítica da Razão Pura, justificando o caráter puro da matemática e, ao mesmo tempo, sua aplicabilidade.
3. Reconstruir o modo como Frege em seu Fundamentos da Aritmética e Russell em seu Filosofia da Matemática buscam definir os conceitos aritméticos de zero, número e sucessor e demonstrar os axiomas da Aritmética.
4. Relacionar o Paradoxo de Russell com a Lei Básica V dos Leis Básicas da Aritmética de Frege; Como bibliografia básica aqui, de grande importância será a leitura das cartas trocadas

entre Frege e Russell sobre a Lei Básica V e em que o Paradoxo de Russell é primeiramente formulado.

5. Elencar as críticas à filosofia da matemática de Kant, Frege e Russell, pesando a viabilidade ou não de alguma dessas filosofias.

4 Resultados e Discussão

Através das leituras dos textos base e de comentadores, obteve-se adequado entendimento da questão tratada (a historicidade do formalismo e a visão de três autores sobre a fundamentação da aritmética e as suas possibilidades). Através da Crítica da Razão Pura de Immanuel Kant pode-se compreender como o criticismo influenciou uma visão psicológica da aritmética, ao propor uma visão de mundo baseada no indivíduo. Em Fundamentos da Aritmética de Gottlob Frege, tenta demonstrar em bases lógicas o funcionamento da aritmética, negando a visão kantiana. Porém em uma de suas Leis Gerais, Bertrand Russell percebe a existência de uma contradição, desenvolvendo o famoso Paradoxo de Russell. Tudo isso corrobora para notar a importância de uma linha de pensamento filosófico/matemático que influenciou e influencia ambos os campos até os dias atuais.

5 Conclusão

A pertinência do assunto se dá na influência de diversos temas tratados hoje, como: a teoria dos conjuntos de Zermelo-Fraenkel, o Paradoxo de Russell, o Teorema da Incompletude de Godel, a distinção de conceito e objeto feita por Frege, a definição de números como sendo objetos lógicos e as mais diversas aplicações que o campo da lógica e a computação obtiveram através das discussões do formalismo. Demonstrando sua importância e necessidade de revisitar conceitos que influenciaram tanto a nossa maneira de ver o mundo filosófico matemático.

Referências Bibliográficas

FREGE, G. **Fundamentos da Aritmética** em Col: Os Pensadores, vol. XXVI, Trad. Luiz Henrique dos Santos, São Paulo: Abril Cultural, 1974.

RUSSELL, B. **Introdução à Filosofia Matemática**, Trad. Maria Luíza X. de A. Borges, Rio de Janeiro : Jorge Zahar, 1996.

SHAPIRO, S. **Filosofia da Matemática**, Trad. Augusto J. Franco de Oliveira, Lisboa : Edições 70, 2016.

KANT, I. **Crítica da Razão Pura**. Trad. M. P. dos Santos, A. F. Morujão. 4. ed. Lisboa: Calouste Gulbenkian, 1997.

KANT, **Prolegômenos a toda a metafísica futura que queria apresentar-se como ciência**, tradução de Artur Morão, Lisboa : Edições 70, 2003.

SILVA, J. J. da. **Filosofias da Matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 2007

BARKER, S. F. **Filosofia da Matemática**. Trad. Leonidas Hegenberg e Octanny Silveira da Mota. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

BENACERRAF, P.; PUTNAM, H. (eds.),. **Philosophy of Mathematics: Selected Readings**, Cbridge: Cambridge University Press, 1983.

DEMOPOULUS, W. **Frege's Philosophy of Mathematics**, Harvard University . Press, 1997;

DEMOPOULUS, W. and CLARK, P. "The Logicism of Frege, Dedekind, and Russell", in: (SHAPIRO:2005), p. 129-165

DUMMETT, M. **Frege: Philosophy of Mathematics**, Harvard University Press, 1991.

EWALD, W. B. (ed.), **From Kant to Hilbert. A Source Book in the Foundations of Mathematics**, vol. 2, Oxford: Oxford University Press, 1996. •

FREGE, G. **The Basic Laws of Arithmetic**. University of California Press, 1964.

FREGE, G., **On the foundations of geometry and Formal Theories of Arithmetic**, tr. By Eikee-Henner W. Kluge, New Haven, Yale University Press, 1971.

FREGE, G. **The Foundations of Arithmetic: A Logico-Mathematical Enquiry Into the Concept of Number**, Northwestern University Press, 1980.

FRIEDMAN, M. **Kant and the Exact Sciences**, Cambridge: Harvard University Pres, 1992.

GUYER, P. (Ed.). **The Cambridge Companion to Kant**, Cambridge University Press, 1992.

GUYER, P. (Ed.). **Kant**. Aparecida: Idéias & Letras, 2009

KANT, I., **Critique of Pure Reason**, Cambridge University Press, 1999.

KANT, I., **Theoretical Philosophy after 1781**, Cambridge University Press, 2002.

KENNY, A. **História Concisa da Filosofia Ocidental**, Trad. D. Murcho, F. Martinho, M. J. Figueiredo, P. Santos e R. Cabral, Lisboa: Actividades Editoriais, 1999.

POSY, C. J., (ed.), **Kant's Philosophy of Mathematics: Modern Essays**, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1992.

RUSSEL, B. “**Mathematical Logic as based on theory of Types**”, em (VAN HEINOORT, 1967), p. 150-182.

RUSSEL, B ., **Introduction to Mathematical Philosophy**, New York, Dover; 1993.

RUSSEL, B ., **The Principles of Mathematics**, Routledge; 2009.

SHAPIRO, S. **Philosophy of Mathematics: Structure and Ontology**, EUA: Oxford University Press, 2000.

SHAPIRO, S. **The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic**, New York: Oxford University Press, 2005.

VAN HEIJENOORT, J., Ed. **From Frege to Gödel: A Sourcebook in Mathematical Logic, 1879–1931**; Harvard University Press, 1967

Palavras-chave: logicismo; Frege; Kant; aritmética; Russell.

Nº de Registro no sistema Prisma: PES 2022-0130

Financiamento: UFFS