MODELAGEM MATEMÁTICA UTILIZANDO DE MOLAS E CURVA DE CALIBRAÇÃO

Lucas Caricimi Gervásio
Mestrando no Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (ProfMat) da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS) e bolsista da UFFS
lucas.caricimigervasio@estudante.uffs.edu.br
Profa. Drª Lúcia Menoncini
Professora da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS)
lucia.menoncini@uffs.edu.br

1. Introdução

Curva de Calibração é um método de comparação de dois sistemas, um já conhecido e outro o qual se deseja calibrar, ou seja, pretende-se expressar fenômenos realizados a partir de uma função que apresente o menor erro possível.

As molas são objetos que têm características de serem elásticas e flexíveis, que armazenam a energia potencial elástica e conseguem devolver sem sofrer deformações permanentes. São utilizadas desde os tempos primórdios, um exemplo mais rudimentar de molas é o arco e flecha, outro mais simples e menos lógico pode ser um galho de uma árvore.

As molas podem ser classificadas pelo seu tipo, sendo: Helicoidal, Espiral, de Torção, Lâmina Plana, Cônica, Bicônica, entre outras. Também, quanto ao comportamento da sua constante de rigidez, que é associada a k são classificadas como lineares ou não lineares, sendo $k = \frac{F_{el}}{\Delta x}$, onde F_{el} é a força elástica da mola e conforme a figura a seguir. A constante k da mola, também conhecida como **constante elástica da mola** ou **constante da mola**, é um valor que representa a "rigidez" de uma mola. Em termos mais simples, ela nos diz o quão difícil é esticar ou comprimir essa mola. Quanto maior é o número que essa constante expressa mais difícil será deformá-la, ou seja, esticá-la ou comprimi-la, como também, quanto menor o número que ela expressa mais fácil será deformá-la, ou seja, esticá-la ou comprimi-la. Essa constante é expressa pela unidade de medida N/m (Newtons por metro).

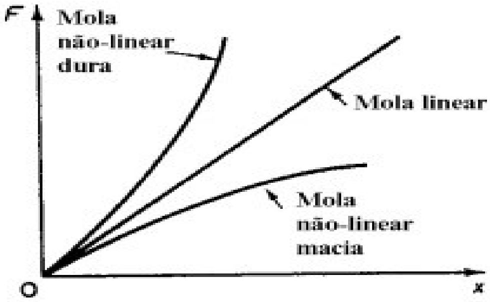

Figura 1: Curvas de deformação para diferentes tipos de mola
Fonte: Revista Brasileira de Ensino de Física

A Figura 1 mostra que até determinado valor de k, o comportamento das curvas das molas são praticamente iguais, e depois é que as características se acentuam, ou seja, ou ficam mais “duras” ou mais “moles” conforme a deformação. Na mesma figura temos o eixo F representa a força elástica e o eixo x que representa o comprimento da mola quando é submetida a contração ou dilatação.

O presente artigo tem como objetivo mostrar a construção de um dinamômetro, que será chamado de “balança artesanal”, utilizando instrumentos de medidas não relacionados à aferição de massa e conhecimentos da física como o funcionamento das molas, a Lei Hooke, a massa da água, e a modelagem matemática para a aquisição de dados e para o ajuste linear.

O artigo também contempla a transição e a relação entre teoria e prática, mostrando a aplicabilidade de conceitos aparentemente abstratos em situações tangíveis.

A ideia do trabalho surgiu no componente curricular de Modelagem Matemática do curso de Licenciatura em Matemática – UFFS – Campus Chapecó, e posteriormente foi aplicado em uma turma de segundo ano do Ensino Médio, cujos resultados foram apresentados em uma feira regional de matemática e ciências.

2. Metodologia

O presente trabalho consiste em três etapas principais: a pesquisa teórica a respeito de dinamômetros, a Lei de Hooke, o funcionamento de molas e ajustes lineares, a construção do instrumento; e coleta de dados, nesse caso serão os deslocamentos das molas.

Para a construção do dinamômetro faz-se necessário:

* 4 Parafusos longos iguais
* 4 Molas iguais
* 2 Pedaços de madeira de 30 cm x 30 cm
* 4 Porcas para os parafusos
* 4 Arruelas para os parafusos.
* Furadeira
* Trena
* Nível

A imagem do dinamômetro construído é apresentada na Figura 2.

Figura 2: "Balança artesanal"
Fonte: Os autores

Após a construção do aparato, foram feitas as aferições de deslocamento x peso, utilizando recipientes descartáveis cheios de água e considerando o fato de que a densidade da água é 1g/cm³, como ilustra a Figura 3.

Figura 3: Aquisição de dados
Fonte: Os autores

Após a aferição dos deslocamentos de vários pesos, obtiveram-se os dados apresentados na Tabela 1, que apresenta na coluna x os deslocamentos e na coluna y as massas.

x	y
0	6
1,35	8
3,25	10
4,25	12
5,97	14
7,2	16
8,2	18
12	20

Tabela1: Tabela com deslocamentos x e pesos y
Fonte: Os autores

Os dados da Tabela 1 foram representados no plano cartesiano e em seguida foi realizado o **ajuste linear**. Ajuste linear é um método estatístico utilizado para encontrar a reta que melhor representa a relação entre duas variáveis, essa reta é também conhecida como reta de regressão linear, o qual está apresentado graficamente na Figura 4.

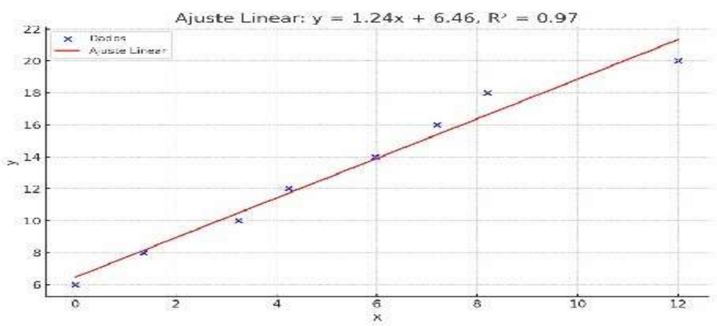

Figura 4: Gráfico com os dados obtidos e o ajuste linear (modelo)
Fonte: Os autores

Essa figura mostra que os dados podem ser vistos como pontos que se aproximam de uma reta, ou seja, o modelo matemático pode ser expresso por uma função do primeiro grau. Assim, usando o ajuste linear chega-se a $f(x) = 1{,}24x + 6{,}46$.

Fazendo a análise estatística da validade do modelo, calculando o R^2, que é a medida estatística que indica o quão bem um modelo de regressão explica a variabilidade dos dados observados, também chamado de coeficiente de determinação, obteve-se o valor de 0,97. Esse valor é calculado através da seguinte fórmula:

$$R^2 = 1 - \frac{SQ_{res}}{SQ_{tot}}$$

em que:

- SQ_{res}: Soma dos quadrados dos resíduos (diferença entre os valores observados e os previstos pelo modelo).
- SQ_{tot}: Soma total dos quadrados (diferença entre os valores observados e a média de y).

Para calcular SQ_{res}, faz-se:

$$SQ_{res} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)$$

Para calcular SQ_{tot}, faz-se:

$$SQ_{tot} = \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2$$

Onde:

y_i: é o valor observado;

$\hat{y}_i$: é o valor estimado pelo modelo;

$\bar{y}$: é a média dos valores de y.

3. Resultados e discussão

O dinamômetro construído mostrou-se eficiente, com um modelo matemático expresso pela função $f(x) = 1{,}24x + 6{,}46$, de coeficiente R^2=0,97, nesse casso a curva de calibração foi expressa por uma reta. A aferição do peso de objetos de massa conhecida apresentou resultados precisos. Os deslocamentos foram medidos com um paquímetro analógico, considerando a diferença entre a posição inicial (sem massa) e a final (com massa). Para dados mais precisos, o aparato foi nivelado utilizando um nível de bolha, bem como houve o cuidado de se utilizar molas idênticas na construção do aparato. Outro cuidado foi minimizar o atrito entre os furos da madeira e os parafusos, permitindo que a tábua superior se deslocasse livremente. Também se pode observar que as molas utilizadas podem ser classificadas como lineares.

4. Considerações finais

O experimento mostrou-se eficaz, com um coeficiente R^2 muito bom, considerando possíveis erros de medidas, para o início da coleta dos dados foram observados vários fatores que estavam influenciando no resultado, como o atrito com o parafuso, o aparato estar fora de nível, bem como uma das dificuldades foi como os dados seriam tratados para a construção do modelo.

Contudo, o modelo mostrou-se capaz de expressar em medida de peso os deslocamentos obtidos pelas molas. Os conhecimentos de matemática aliados a conhecimentos da física, constroem caminhos que levam a humanidade à lugares antes inimagináveis.

Referências

Universidade Federal de Juíz de Fora, link disponível em <https://www2.ufjf.br/nupis/files/2012/04/aula-1-m%C3%A9todos-de-calibra%C3%A7%C3%A3o.pdf> Acesso em: 22/06/2025

ARANHA, N.; OLIVEIRA JR., J. M. de; BELLIO, L. O.; BONVENTI JR., W. A lei de Hooke e as molas não-lineares, um estudo de caso. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 38, n. 4, e4305, 2016. DOI: 10.1590/1806-9126-RBEF-2016-0102. Disponível em: http://www.scielo.br/rbef. Acesso em: 22/07/2025.

Agradecimentos

A Universidade Federal da Fronteira Sul – *Campus* Chapecó, por todas as oportunidades e toda a disponibilidade.

A Profa. Drª. Lúcia Menoncini pela disponibilidade em me orientar na construção desse artigo.

Ao Prof. Dr. Pedro Augusto Pereira Borges pelas inspirações e por ajudar a

formar as minhas aspirações.