

IV SENPE

SEMINÁRIO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO

23, 24 E 25/09

ASPECTOS METODOLÓGICOS DE UMA PESQUISA SOBRE O ESTUDO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA À LUZ DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Lucinéia Giacomelli Koraleski¹

Bárbara Cristina Pasa²

Nilce Fátima Scheffer³

Eixo temático: 1. **Processos de pesquisa em educação:** Fundamentos teóricos, epistemológicos e metodológicos da pesquisa em educação

As mudanças na Educação Matemática têm acontecido de maneira continuada e, nos últimos anos, acelerada. A inserção de Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC) nas aulas de Matemática tem avançado juntamente com pesquisas envolvendo as TDIC, a Matemática e teorias de aprendizagem. A pesquisa *O Estudo da Função Quadrática com o GeoGebra à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS)*, desenvolvida no âmbito do Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Educação (PPGPE) da Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Campus Erechim, apresenta uma investigação a respeito de aspectos cognitivos em atividades que tematizam a função quadrática no GeoGebra e, com base nisso, propõe uma Proposta de Ensino com embasamento da TRRS. Nesta pesquisa, nossa atenção esteve voltada para responder a questão: Que possibilidades a Teoria dos Registros de Representações Semióticas oferece para o ensino da função quadrática no GeoGebra?

Este trabalho tem por meta apresentar de forma clara e promover uma discussão a respeito da metodologia empregada na pesquisa bibliográfica, destacando os critérios de seleção das fontes, os métodos de análise e a abordagem utilizada para a organização e interpretação dos dados coletados. A pesquisa contribui para a compreensão do tema o estudo exploratório da função quadrática no

1 Mestra pelo PPGPE. lucikora@gmail.com

2 Professora do PPGPE. barbara.pasa@uffs.edu.br

3 Professora do PPGPE. nilce.scheffer@uffs.edu.br

IV SENPE

SEMINÁRIO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO

23, 24 E 25/09

GeoGebra na perspectiva da TRRS, com uma análise fundamentada a partir de uma revisão sistemática da literatura existente. Serão discutidos e apresentados os passos seguidos na busca por referências e a utilização de bases de dados acadêmicos, além de refletir sobre os resultados obtidos para futuras investigações na área. Possibilitando, assim, que o professor em sala de aula, ao utilizar a Proposta de Ensino elaborada no GeoGebra com o título: Caderno de Atividades de Função Quadrática à Luz da TRRS, possa contribuir com aspectos essenciais da aprendizagem para as aulas em momentos de estudo de função quadrática.

Com o intuito de responder à questão e alcançar os objetivos propostos optamos por uma pesquisa com abordagem qualitativa, propositiva e analítica com análise de dados baseada nos pressupostos da Análise de Conteúdo de Bardin (2016). Assim, realizamos uma revisão de literatura, estudamos a TRRS, analisamos algumas atividades que estão postadas no *site* do GeoGebra na perspectiva da referida teoria e ainda elaboramos outras. A fim de discutir tais atividades, elaboramos e utilizamos um protocolo, na perspectiva de Creswell (2010, 2013), que permitiu que verificássemos se os aspectos fundamentais da teoria de aprendizagem, estavam de alguma forma presentes nas atividades.

Inicialmente realizamos buscas no site da CAPES em 07/03/23. Optamos pelos buscadores “educação”, “GeoGebra” e “função quadrática”, selecionando a partir do título dos documentos do banco de dados, delimitando os últimos cinco anos (2018 a 2022). Dessa forma, foram encontrados 03 artigos. Como o nosso interesse estava na relevância da TRRS de Raymond Duval no ensino da Matemática sobre funções com possibilidades no GeoGebra, nova investigação foi realizada no site da CAPES, com os buscadores “educação”, “matemática”, “representação semiótica” e “funções”, mantivemos o limite temporal e a busca pelo título. Assim, foram encontrados mais 03 artigos.

A fim de aprofundar a busca, nova pesquisa foi realizada deixando de delimitar pelo título e foi utilizado a opção qualquer campo com os buscadores “matemática”, “semiótica”, “geogebra” e “Raymond Duval”. Desta vez, foram encontrados 04 artigos. Com a alternância de termos, visando encontrar relação com o propósito da pesquisa, chegamos aos 10 artigos do site da CAPES.

A revisão bibliográfica nos possibilitou verificar o que está sendo produzido em relação ao tema da nossa pesquisa e inquietações sobre aprendizagem matemática, utilização de TDIC e o



IV SENPE

SEMINÁRIO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO

23, 24 E 25/09

embasamento possível considerando a TRRS. Além disso, buscamos aprofundar sobre TDIC na educação matemática e a TRRS.

Nesse sentido, o ensino da Matemática possui à disposição possibilidades de compartilhamento solidário e gratuito de recursos que se unem às expectativas do estudo realizado, entre elas, temos o GeoGebra. Este *software* é bastante útil para os conteúdos matemáticos, a sua utilização em aula pode, se explorada de forma intencional pelo professor não só a motivar o estudante, mas de fato criar meios de construir o conhecimento e melhorar a aprendizagem.

Para a elaboração de planos de aula durante a pandemia, as TDIC foram amplamente utilizadas e a demanda por *softwares* que tenham aplicação na Educação está cada dia mais presente. Borba (2022, p. 14) apresenta a utilização das TDIC durante a pandemia e registra o alerta “Isso é bom ou ruim? Difícil responder, mas é certo que a situação pandêmica forçou a utilização das tecnologias digitais por todos, praticamente”.

Embora a utilização das TDIC na Educação Matemática seja estudada há anos e diversas pesquisas apontem na direção de mudanças nos processos de ensinar e aprender com elas, outras pesquisas abordam as dificuldades de aprendizagem da Matemática no âmbito escolar. Por isso, fomos buscar nos estudos de Raymon Duval, uma compreensão específica sobre a construção do conhecimento nesta área. As interrogações sobre o entendimento e incompreensões apresentadas pelos estudantes e o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, são questões de ordem cognitiva e epistemológica. Voltada para esses aspectos, a TRRS de Raymond Duval é uma teoria semiocognitiva⁴ que condiciona a aprendizagem de um objeto matemático às suas diversas e diferentes representações semióticas. Devido aos objetos matemáticos serem abstratos, seu acesso não ocorre por meio dos sentidos e a aprendizagem passa pela abstração possível em cada estudante, mediante as interações vivenciadas anteriormente e o conhecimentos de representações semióticas. Na construção mental de um determinado objeto e quando o estudante consegue realizar a representação do mesmo, podemos dizer que foi com a utilização de registros de representação semiótica dos objetos matemáticos que a aprendizagem aconteceu, de acordo com Duval (2012).

⁴Termo utilizado por Duval (2020) para definir a aprendizagem envolvendo semiótica e cognição.

IV SENPE

SEMINÁRIO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO

23, 24 E 25/09

Para o estudo de funções, Duval propõe a abordagem de interpretação global de propriedades figurais, cuja premissa consiste na identificação de unidades significativas algébricas (ou simbólicas), relacionadas à expressão algébrica, e unidades significativas gráficas, relacionadas à representação gráfica, e, mais do que isso, na coordenação entre essas unidades significativas. Em nossa pesquisa, o objeto matemático escolhido para o estudo foi a função quadrática, assim, a ideia de coordenação se baseia nas conversões entre representação gráfica e algébrica a partir de algum recurso que pode ser, por exemplo, os coeficientes a , b e c da representação algébrica ($y = ax^2 + bx + c$).

Utilizando o GeoGebra, a abordagem de interpretação global de propriedades figurais pode ocorrer quando, a partir da representação algébrica, $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, se criam controles deslizantes para os coeficientes a , b e c que, ao serem movimentados apresentam os novos valores para os coeficientes e nova representação gráfica. Assim, as unidades significativas no caso da expressão $y = ax^2 + bx + c$ são os coeficientes a , b e c , que, ao terem seus valores alterados, possibilitam a visualização de unidades significativas gráficas, relativas à concavidade, eixo de simetria à esquerda ou à direita do eixo y e valor onde intercepta o eixo y , respectivamente. Temos, ainda, a representação gráfica com os controles deslizantes sendo movimentados, os valores presentes na visualização da parábola demonstram a movimentação que ocorreu no plano cartesiano em relação aos eixos x e y , vértice, concavidade e abertura da parábola.

As questões supracitadas, relativas à utilização do GeoGebra em sala de aula e aos aspectos da teoria de Duval, propiciaram analisar atividades do GeoGebra e também criar de outras. Assim, no âmbito da pré-análise de Bardin (2016), ocorreu a organização e a preparação do material da pesquisa, iniciado com a revisão bibliográfica que ocorreu no *site* da CAPES, onde buscamos documentos com palavras relacionadas aos nossos interesses. Na sequência, após a leitura dos arquivos retornados e complementarmente buscamos em livros impressos e em alguns repositórios de Universidades e Institutos Federais por publicações que tivessem relação com a TRRS, o GeoGebra e a Matemática.

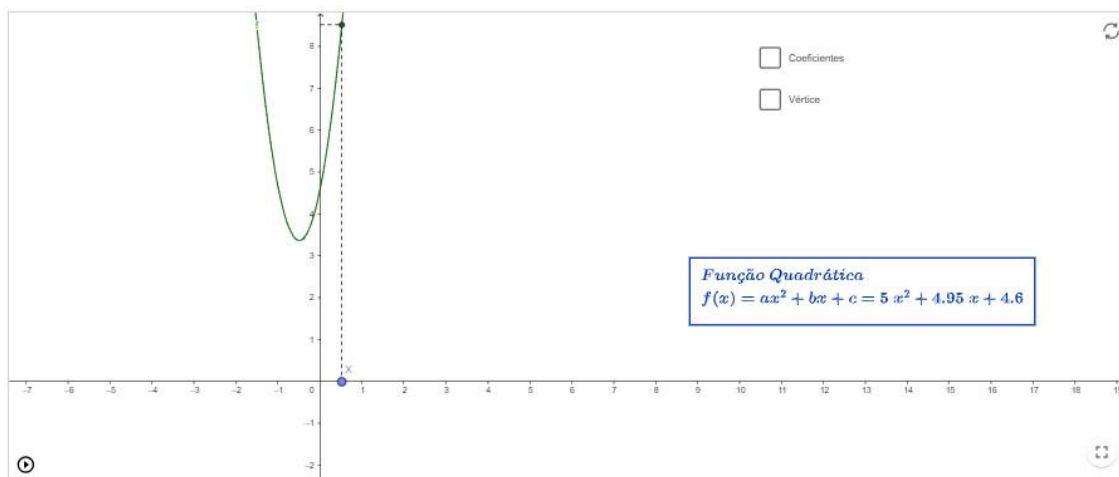
Na segunda fase da Análise de Conteúdo, nomeada exploração do material, as atividades no *site* do GeoGebra foram analisadas a partir de um protocolo, na perspectiva de Creswell (2010 e 2013), contendo os aspectos emergentes da pré-análise relativos ao conteúdo de função quadrática e

às atividades cognitivas essenciais para sua aprendizagem de acordo com a TRRS. Conforme este autor, “algumas formas de dados qualitativos podem ser decididas antes de um estudo ser iniciado e outras vão emergir durante o estudo” (Creswell, 2013, p. 161).

A última fase da Análise de Conteúdo refere-se ao tratamento dos resultados, às inferências e interpretações. Desse modo, a terceira fase perpassou a elaboração de inferências, averiguando a TRRS nas atividades sobre o tema função quadrática, utilizando o GeoGebra e a construção da Proposta de Ensino que envolve os aspectos explorados nas fases anteriores.

Como exemplo, apresentamos a atividade postada em um livro no GeoGebra e analisada durante a pesquisa, acesso em <<https://www.geogebra.org/m/kmzykz5r#material/buzdks8c>>, conforme o print da Figura 1, na qual é possível, por meio dos coeficientes dispostos em controles deslizantes, com o movimento do valor de x , visualizar nas representações algébrica e gráfica as alterações e a indicação que o vértice define o momento (o valor) em que o crescimento e o decrescimento acontecem para aquela disposição de valores. Também possibilita relacionar a expressão algébrica ao vértice da parábola, porém, esse recurso é mais trabalhoso e complexo por causa da não congruência⁵ semântica.

Figura 1 - Atividade do GeoGebra



Fonte: Site do GeoGebra. Acesso em 27 ago. 2024.

5 Quando não há correspondência direta entre os conteúdos que os tornam equivalentes

IV SENPE

SEMINÁRIO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO

23, 24 E 25/09

A análise realizada da atividade postada no GeoGebra da Figura 1 consta no Quadro 1, protocolo elaborado de acordo com Creswell para a pesquisa.

Quadro 1 – Análise da atividade do *site* do GeoGebra da Figura 1

Aspectos da TRRS	Potencialidade
Representação algébrica	Equação do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$.
Representação gráfica	Apresenta a figura geométrica e seu comportamento no plano cartesiano a depender dos coeficientes a , b e c . Também é possível visualizar o vértice.
Tratamentos	Os tratamentos podem ser trabalhados para encontrar raízes e estudar o sinal da função para definir intervalos de crescimento e decrescimento.
Conversões	Por meio dos coeficientes dispostos em controles deslizantes com o movimento do valor de x é possível visualizar nas representações as alterações e a indicação que o vértice define o momento (o valor) em que o crescimento e o decrescimento acontecem para aquela disposição de valores. Também possibilita relacionar a expressão algébrica ao vértice da parábola, porém, esse recurso é mais trabalhoso e complexo por causa da não congruência semântica.
Unidades significativas algébricas	Sinal e valor que acompanha os coeficientes a , b e c . Coeficiente c no caso de selecionar “vértice”. Ao dar play, fixam-se os coeficientes a e b e movimenta-se apenas o c , o qual influencia no vértice da parábola.
Unidades significativas gráficas	Concavidade da parábola, abertura da parábola, crescimento e decrescimento, raízes, vértice e onde intercepta o eixo y , eixo de simetria à direita ou à esquerda do y .
Recurso de interpretação global	São os coeficientes da expressão $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Fonte: Dados da pesquisa (2024).

A partir do protocolo apresentado no Quadro 1, é possível verificar aspectos da TRRS que estão presentes na atividade da Figura 1 ou podem estar presentes por meio de uma atuação/mediação do professor em sala de aula.

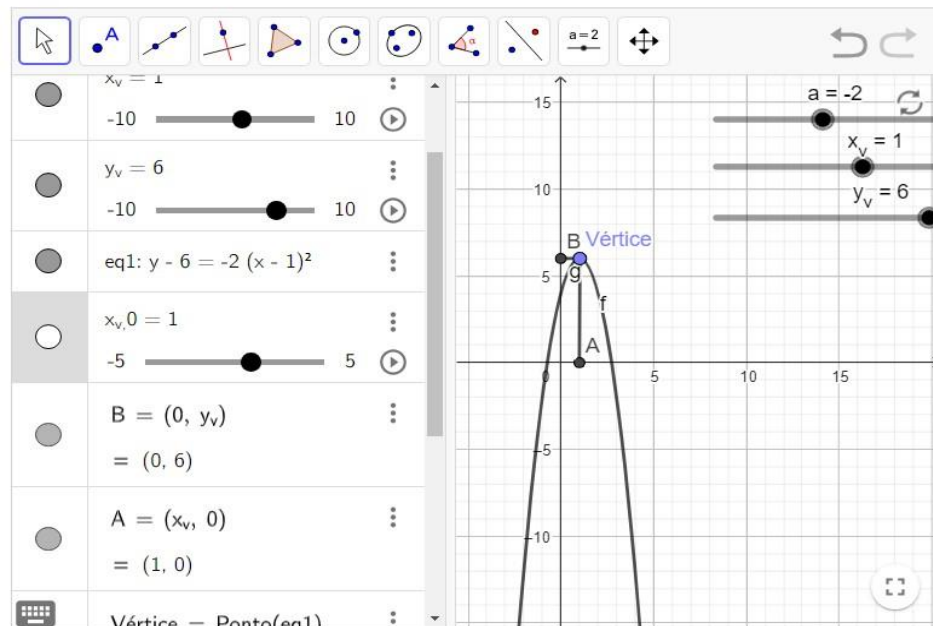
Outra possibilidade de trabalho com a função quadrática com base na TRRS é apresentada por Moretti (2003), a qual utiliza a translação no plano cartesiano para facilitar o estudo de aspectos da função quadrática. De acordo com o autor, podemos considerar que uma parábola transladada

representa a translação se a imagem de cada ponto expresso na equação pelas coordenadas x e y for um ponto que, na equação transladada, tiver suas coordenadas expressas por $x - x_v$ e $y - y_v$ ou, $x + x_v$ e $y + y_v$ que poderá ser representado de maneira única, conservando o sinal ‘-’ e, segundo Moretti (2003), sendo semanticamente mais congruente se usarmos as representações $x - \pm x_v$ e $y - \pm y_v$. Assim, na representação algébrica, a equação $y = ax^2 + bx + c$, após a realização de tratamento seria reescrita para $(y - \pm y_v) = a(x - \pm x_v)^2$, portanto teríamos de uma equação $y = -2(x - 1)^2 - 6$ a seguinte equação reescrita $(y - (+6)) = -2(x - (+1))^2$, relação direta com a representação gráfica.

Na Figura 2, apresentamos uma atividade elaborada para o produto educacional que se baseia na ideia de Moretti (2003), ou seja, faz uso da translação como recurso para a interpretação global, disponível em <<https://www.geogebra.org/m/bftaeuyk>>.

Figura 2 – Atividade desenvolvida durante a pesquisa

Vértice



Fonte: Dados da pesquisa, produzido no GeoGebra. Acesso em 27 ago. 2024.

IV SENPE

SEMINÁRIO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO

23, 24 E 25/09

Na atividade é possível visualizar duas representações da função quadrática e o ponto B com o par ordenado (x_v, y_v) , na qual o vértice $(1, 6)$ fica explícito na representação algébrica. Pois a coordenação de representações semióticas se manifesta pela agilidade e espontaneidade especialmente da tarefa cognitiva, chamada pelo autor de conversão, incluindo as operações de tratamento de cada uma. Se o estudante consegue com tratamentos, que são transformações internas ao registro de representação semiótica ter acesso a mais de um registro de representação, pode significar uma capacidade de reconhecimento dessas diferentes representações e a aprendizagem é possível envolvendo a cognição. Ele afirma que “Existe um ‘enclausuramento’ de registro que impede o estudante de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes” (Duval, 2003, p. 21).

As atividades cognitivas apresentadas na TRRS envolvendo identificação de unidades significativas simbólicas (da expressão algébrica) e gráficas, associadas à exploração e mediação intencionada do professor, questionamentos que estimulem a escrita, e, principalmente que tornem as conversões explícitas podem colaborar com a aprendizagem matemática, mas para isso, é preciso que elas estejam presentes no trabalho pedagógico intencionalmente.

Destacamos o Produto Educacional (Proposta de Ensino), intitulado: “Caderno de Atividades de Função Quadrática à Luz da TRRS” resultante desta pesquisa como uma ideia que tem potencial para fomentar outras pesquisas, baseadas em vivências e inquietações como as da pesquisadora, envolvendo o estudo da função quadrática ou outros objetos matemáticos e/ou outras perspectivas. O Produto Educacional (Proposta de Ensino) da pesquisa é flexível, editável e possui acesso gratuito no GeoGebra e no repositório da UFFS. E o professor pode utilizá-lo juntamente com outros recursos para a elaboração de planos de aula envolvendo atividades cognitivas para o ensino e a aprendizagem da função quadrática.

Palavras-chave: Matemática. Ensino. Aprendizagem. Representações Semióticas. GeoGebra.



IV SENPE

SEMINÁRIO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO

23, 24 E 25/09

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução: Luís Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Almedina, 2016.

BORBA, M. C. **Vídeos na Educação Matemática**: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais/Marcelo de Carvalho Borba, Daise Lago Pereira Souto, Neil da Rocha Canedo Junior. Belo Horizonte: Autentica, 2022. (Tendências em Educação Matemática)

CRESWELL, J. W. **Projeto de pesquisa**: métodos qualitativo, quantitativo e misto. Tradução: Magda França Lopes. – 3 ed. – Porto Alegre: ARTMED, 2010.

CRESWELL, J. W. **Pesquisa de métodos mistos** [recurso eletrônico] / CRESWELL J.W.; CLARK V. L. P. Tradução: Magda França Lopes; Revisão técnica: Dirceu da Silva. Porto Alegre: Penso, 2013.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**, 1993. Trad. de Mérciles Thadeu Moretti. Revemat - Revista Eletrônica de Educação Matemática, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 266–297, 2012. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2012v7n2p266>.

DUVAL, R. Escritos simbólicos e operações heterogêneas de substituição de expressões: as condições de compreensão em álgebra elementar. Trad. Mérciles Thadeu Moretti. In.: **Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval** [Recurso Eletrônico] / MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. (orgs) – Florianópolis : Ed. REVEMAT/UFSC. 485 p., 2020.

MORETTI, M. T. A translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global de propriedades figurais. In: MACHADO, S. D. A. (org.). **Aprendizagem em Matemática**: Registros de Representação Semiótica. Campinas, SP: Papirus, 2003.