

## DESVENDANDO O NÚMERO DE OURO: UMA INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA COM ALUNOS DE ALTAS HABILIDADES

Anna Karolina Boller Leal <sup>1</sup>  
Emelly Marchiori <sup>2</sup>  
Vitor José Petry <sup>3</sup>  
Rosane Rossato Binotto <sup>4</sup>

### INTRODUÇÃO

A Matemática apresenta diversas aplicações no cotidiano e, quando abordada de maneira contextualizada em sala de aula, pode se tornar mais interessante para os estudantes. Desenvolver atividades que mostrem a Matemática aplicada em situações da realidade é uma alternativa para motivar o seu estudo. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) assegura que a Matemática, no Ensino Fundamental,

[...] precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas (Brasil, 2018, p. 265).

Há diversas possibilidades e assuntos a serem abordados no que se refere à inserção de práticas pedagógicas que façam a conexão de situações do cotidiano com objetos matemáticos. A Proporção Áurea ou Razão Áurea e o Número de Ouro são algumas delas, visto que estão presentes na natureza, em construções arquitetônicas, obras de arte e no corpo humano, despertando a curiosidade dos educandos (Biembegut, 1996; Huntley, 1970). A Razão Áurea é obtida quando se divide um segmento em média e extrema razão, isto é,  $\frac{\text{segmento todo}}{\text{parte maior}} = \frac{\text{parte maior}}{\text{parte menor}}$ , e tem valor 0,6180339.... A partir dela obtém-se o Número de Ouro que tem valor 1,6180339....

Nesse sentido, propõe-se atividades lúdicas para trabalhar a Proporção Áurea com o auxílio de materiais manipuláveis, físicos e digitais, colaborando no processo de ensino e aprendizagem dos participantes. As tecnologias digitais (TD) também se mostraram acessíveis para a compreensão dos conceitos matemáticos abordados.

Este trabalho é um relato de experiência acerca de uma oficina realizada no Centro Associativo de Atividades Psicofísicas Patrick (CAPP), localizado em Chapecó/SC, para alunos com altas habilidades em Matemática. Essa atividade integra o projeto de extensão intitulado “Ações formativas de Matemática voltadas aos estudantes que frequentam o CAPP-Chapecó/SC”, coordenado pela Profa. Dra. Rosane Rossato Binotto e que conta com a colaboração do Prof. Dr. Vitor José Petry e das acadêmicas Anna Karolina Boller Leal e Emelly Marchiori.

<sup>1</sup> Acadêmica do Curso de Matemática – Licenciatura – 7º Fase. Universidade Federal da Fronteira Sul. [annaknae15@gmail.com](mailto:annaknae15@gmail.com).

<sup>2</sup> Acadêmica do Curso de Matemática – Licenciatura – 5º Fase. Universidade Federal da Fronteira Sul. [emellymarchiori05@gmail.com](mailto:emellymarchiori05@gmail.com).

<sup>3</sup> Doutor em Matemática Aplicada pela UFRGS. Orientador. Prof. do Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal da Fronteira Sul. [vitor.petry@uffs.edu.br](mailto:vitor.petry@uffs.edu.br).

<sup>4</sup> Doutora em Matemática pela UNICAMP. Orientadora. Profa. do Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal da Fronteira Sul. [rosane.binotto@uffs.edu.br](mailto:rosane.binotto@uffs.edu.br).

## 1 METODOLOGIA

Este relato de experiência refere-se a uma oficina desenvolvida no âmbito de um projeto de extensão em andamento, já mencionado, e tem por objetivo promover atividades voltadas ao ensino de Matemática para estudantes do Ensino Fundamental com altas habilidades. A oficina aqui descrita foi planejada com base na integração de dois pilares da universidade - pesquisa e extensão - ao utilizar materiais didáticos interativos produzidos no GeoGebra, articulando Iniciação Científica vinculada a um projeto de pesquisa com um projeto de extensão. As atividades propostas buscaram estimular o raciocínio lógico, a criatividade e a autonomia dos participantes, por meio de desafios matemáticos e de programação mediados pelas TD. A metodologia adotada valorizou a participação ativa dos estudantes, favorecendo a construção de conhecimento de forma investigativa.

## 2 MARCO TEÓRICO

Tem-se como público-alvo desse projeto alunos com altas habilidades que são descritos, segundo Renzulli (2006, p. 81), como “superdotados e talentosos”. Segundo dados do Relatório Técnico do Atendimento Educacional Especializado (AEE), publicado pela Prefeitura de Chapecó, o CAPP busca trabalhar as altas habilidades desses alunos por meio de práticas pedagógicas e oficinas educativas, com o objetivo de encontrar a área de interesse do aluno e auxiliar para acelerar a aprendizagem na escola (Chapecó, n.d). Pensando nisso, a utilização das TD para o ensino de alunos com altas habilidades se mostra eficaz tanto para o aprendizado quanto para a sociabilidade com outros indivíduos que compartilham a mesma área de interesse. Além disso, as potencialidades desses alunos podem ser melhor aproveitadas, visto o caráter pesquisador que as TD possibilitam na aprendizagem destes.

[...] A cultura digital estabeleceu novas relações sociais por meio da sociedade hiperconectada. As tecnologias digitais na educação têm o potencial de transformar o processo de ensino e aprendizagem promovendo mais acessibilidade, interação, personalização e motivação nos estudantes (Travaglia, 2024, p. 14).

Assim, o software escolhido foi o GeoGebra, que possui um conjunto de ferramentas disponíveis gratuitamente para acesso *online* ou para fazer download, e colabora para o ensino e aprendizagem de Matemática, visto que apresenta a combinação de geometria e álgebra de maneira dinâmica e visual. Esse software auxilia na abordagem dos conceitos de Proporção Áurea e Número de Ouro, conforme Schifler (2020).

## 3 DESCRIÇÃO DA ATIVIDADE

As atividades elaboradas tiveram como objetivo introduzir a Proporção Áurea e o Número de Ouro de maneira lúdica, além de visualizar a aplicação desses conceitos por meio da construção do Retângulo Áureo e da Espiral Logarítmica. Essas atividades foram elaboradas utilizando materiais concretos e o software GeoGebra. A oficina foi ministrada com uma turma do CAPP, composta por 8 estudantes de diferentes anos escolares - 5º ao 8º ano do Ensino Fundamental.

Para iniciar a oficina, foram realizadas algumas medições de partes do corpo dos estudantes, calculando o quociente entre as partes, como por exemplo: medida

do braço inteiro dividida pelo tamanho do cotovelo até o dedo; medida da perna inteira dividida pelo tamanho do joelho até o chão; medida do dedo inteiro dividida pelo tamanho da dobra central do dedo até a ponta; altura do corpo inteiro dividida pela distância do umbigo até o chão. Essa atividade foi realizada pelas professoras do CAPP e autores deste trabalho, que auxiliaram os alunos a realizarem as medições utilizando trena, fita métrica e régua. Além disso, foi solicitado que os alunos anotassem os resultados das suas medidas, em uma folha de papel. Após cada experimento, as acadêmicas registraram no quadro, cada uma das medidas individuais encontradas e posteriormente, calcularam a média aritmética dos valores encontrados pelos estudantes em cada divisão, a fim de observar o resultado obtido, cujo valor ficou aproximadamente do Número de Ouro ( $\phi$ )  $\phi \approx 1,61803398 \dots$ .

Na sequência foi proposta a construção do Retângulo Áureo e da Espiral Logarítmica no software GeoGebra. Para isso, os estudantes formaram duplas e as construções foram realizadas a partir de um passo-a-passo mostrado com o auxílio do projetor. Para a elaboração do Retângulo Áureo, iniciou-se construindo um quadrado  $ABCD$  de medida qualquer. Depois, marcou-se o ponto médio  $E$  do lado  $AB$  e traçou-se a reta  $AC$ . Com comandos do GeoGebra, foi possível marcar uma circunferência com centro no ponto médio  $E$ , e passando pelos vértices  $C$  e  $D$  do quadrado. Assim, essa circunferência foi utilizada como “compasso” para encontrar um ponto  $G$  na reta  $AB$ , tal que  $\overline{EC} = \overline{EG}$ . Por fim, os estudantes construíram as retas suporte para os segmentos que formam o Retângulo Áureo e encontraram o ponto de interseção dessas retas, traçando posteriormente, os lados do retângulo  $AGHD$ . Após finalizar a construção, foram criadas caixas de texto no GeoGebra, onde foram colocadas as razões entre as medidas da base e da altura do retângulo, o que permitiu a visualização do Número de Ouro, bem como a Seção Áurea. A Figura 1, mostra o resultado da atividade.

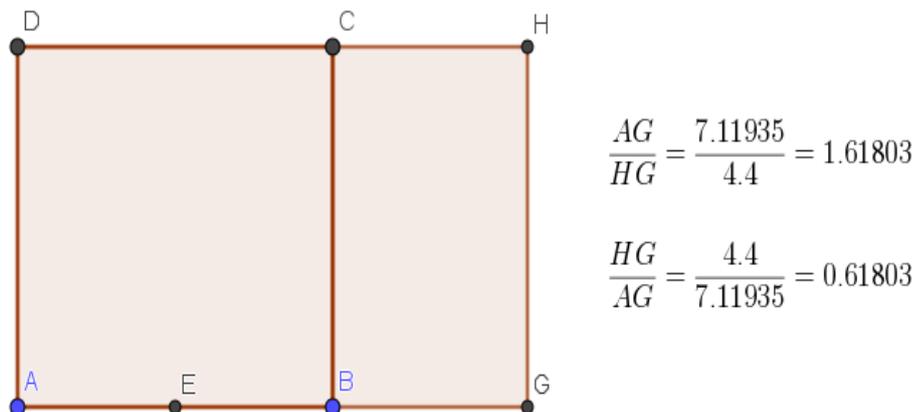


Figura 1: Retângulo Áureo construído no GeoGebra  
Fonte: Os autores, 2024.

Como os estudantes apresentaram facilidade nessa primeira construção, posteriormente, eles construíram uma sequência de Retângulos Áureos no GeoGebra, formando assim, o princípio para a construção da Espiral Logarítmica, ilustrada na Figura 2.

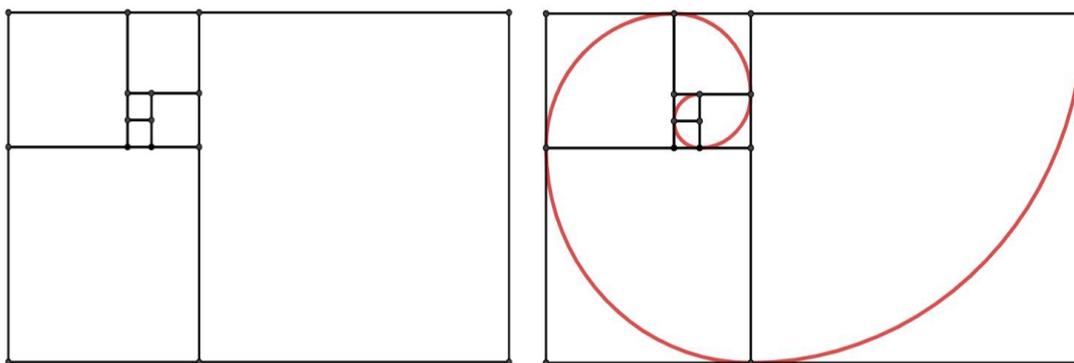


Figura 2: Retângulos Áureos (esquerda) e Espiral Logarítmica (direita) construídos no GeoGebra

Fonte: Os autores, 2024.

Para a construção da Espiral, os estudantes utilizaram o comando “Arco Circular”, selecionando os vértices dos quadrados. Após finalizarem a construção no GeoGebra procuraram imagens de aplicações da Espiral Logarítmica na natureza, como a concha de Náutilo, a orelha humana e o girassol. Na sequência, as imagens escolhidas foram inseridas no GeoGebra, permitindo realizar comparações e sobrepor a figura à construção.

Além disso, na oficina, também se discutiu acerca de uma importante sequência numérica: a Sequência de Fibonacci. Nela, os dois primeiros termos são iguais a 1, e os outros são obtidos a partir da soma dos dois antecessores. O que se contextualizou para os alunos é que, a razão entre o sucessor e o antecessor (nesta ordem) de dois termos consecutivos dessa sequência se aproxima cada vez mais do Número de Ouro à medida que os números escolhidos crescem. Ademais, a Sequência de Fibonacci pode ser representada geometricamente por uma sequência de Retângulos Áureos, construída a partir de dois quadrados de lado 1. Essa construção não foi realizada com os estudantes, mas comentou-se sobre o processo. Dessa forma, foi abordada de forma intuitiva a ideia de limite de uma sequência, sem mencionar formalmente este conceito.

#### 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir da primeira atividade, foi possível exemplificar de maneira prática como o Número de Ouro aparece na natureza. Os estudantes ficaram motivados, o que contribuiu positivamente para o ensino e aprendizagem. Outras questões matemáticas também foram abordadas, como a margem de erro na realização das medições. Observou-se, por exemplo, que a medida do dedo inteiro dividida pela dobra central até a ponta não resultou em uma “boa aproximação” do Número de Ouro para a maioria dos estudantes, diferentemente dos outros quocientes calculados. Isso ocorreu, dentre outros motivos, pela dificuldade de precisão ao medir pequenas distâncias, visto que acabaram arredondando as medidas (para centímetros), e como se tratava de medidas pequenas, esses arredondamentos eram mais significativos do que no caso da sua altura ou mesmo, do comprimento de um braço. Dessa forma, essa intervenção pedagógica, ilustrada na Figura 3, possibilitou aos estudantes aprimorar o pensamento matemático, tanto na parte lúdica das medições como na análise dos dados encontrados, contribuindo para despertar a curiosidade, o engajamento e a aprendizagem.



Figura 3: Atividade lúdica para obter uma aproximação do Número de Ouro.  
Fonte: Acervo CAPP, 2024.

Quanto às outras tarefas efetuadas com o auxílio de TD, os estudantes conseguiram visualizar o Número de Ouro a partir de uma sucessão de construções geométricas. Como os alunos já haviam sido introduzidos ao GeoGebra em oficinas anteriores realizadas pelos proponentes deste trabalho, verificou-se uma facilidade maior na construção e manipulação dos objetos virtuais. Notou-se que os estudantes considerados com altas habilidades em Matemática conseguiram realizar as tarefas com bastante aptidão, mostrando que eles têm um desempenho elevado, não somente em compreender e recordar de conhecimentos matemáticos, mas também em manipular recursos tecnológicos com agilidade e eficiência.

### CONSIDERAÇÕES FINAIS

A prática de investigação matemática realizada pelos alunos de altas habilidades do CAPP contribuiu para a discussão teórica e algébrica do Número de Ouro. Utilizar o GeoGebra se mostrou bem cativante e visualmente explicativo para os estudantes, proporcionando uma melhor compreensão sobre esse número irracional, também instigando os alunos a procurarem mais atividades e construir seus próprios objetos virtuais no GeoGebra. Para alunos com altas habilidades, é de extrema importância oferecer um ambiente de aprendizagem que estimule sua curiosidade e potencial, além de instigá-los com ferramentas de pesquisa que os possibilitem desenvolver conhecimentos de forma autônoma. Logo, a utilização do GeoGebra e dos instrumentos de medição no ensino e aprendizagem do conteúdo abordado na oficina permitiu aos estudantes empregarem suas habilidades matemáticas, bem como aprimorar o pensamento crítico e a capacidade de investigação. Dessa forma, entende-se que as atividades aplicadas foram essenciais para incentivar os alunos com altas habilidades em Matemática a aprofundarem o conhecimento nessa área.

Por fim, agradecemos à UFFS, Instituição da qual as licenciandas Anna Karolina Boller Leal e Emelly Marchiori são bolsistas (Monitoria e Iniciação Científica, respectivamente), e também ao CAPP - Chapecó/SC pela oportunidade de realizar as oficinas e pelo carinho com que as professoras nos receberam.

### REFERÊNCIAS

BIEMBEGUT, M. S. **Número de Ouro e Secção Áurea**. Ed. Da Furb: Blumenau, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CHAPECÓ, Prefeitura de Chapecó. Secretaria Municipal de Educação de Chapecó. **Relatório Técnico: Atendimento Educacional Especializado (AEE) em Altas Habilidades/Superdotação**. Disponível em: [Prefeitura de Chapecó: Relatório Técnico \(PDF\)](#). Acesso em: 10 abr. 2025.

HUNTLEY, H. E. **A Divina Proporção: um ensaio sobre a beleza na Matemática**. Pensamento Científico, Brasília, 1970.

RENZULLI, J. S. **O que é esta coisa chamada Superdotação e como a desenvolvemos? Uma retrospectiva de vinte e cinco anos**. Educação, 27(1), 2006. Disponível em: <https://revistaseletronicas.pucrs.br/faced/article/view/375>.

SCHIFLER, Jessica Augustin. **A família dos números metálicos no ensino e aprendizagem de conteúdos de matemática na educação básica**. 2020. Dissertação (Mestrado em Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2020.

TRAVAGLIA, F. S. A.; HUMMEL, E. I. Altas Habilidades/Superdotação e tecnologias digitais: superando desafios na sala de aula. **Quaestio - Revista de Estudos em Educação**, Sorocaba, SP, v. 26, p. e024038, 2024. DOI: 10.22483/2177-5796.2024v26id5453. Disponível em: <https://uniso.emnuvens.com.br/quaestio/article/view/5453>. Acesso em: 11 abr. 2025.