UNIFICANDO PROBLEMAS DISTINTOS COM A ARITMÉTICA MODULAR

Letícia Scherer[1]
Luana Mattes Reichert[2]
Patrick Luis Thomas[3]
Fabiano Pereira[4]

Resumo: Se hoje é sexta-feira, daqui a 152 dias, que dia da semana será? E há 152 dias, que dia da semana foi? O número 2^{2026} é divisível por 7? Essas questões, embora pareçam ser diferentes, matematicamente estão ligadas pelo conceito de congruência. Em Teoria dos Números, dizemos que dois números inteiros a e b são congruentes módulo n se a sua diferença $(a-b)$ é um múltiplo inteiro de n, ou seja, se ambos deixam o mesmo resto quando divididos por n. Simbolicamente, escrevemos $a \equiv b \pmod{n}$. O objetivo deste trabalho é demonstrar como essa definição permite resolver problemas de periodicidade temporal e propriedades de potências exponenciais de forma unificada. A problematização reside na dificuldade de lidar com números que possuem muitos algarismos, onde a aritmética modular surge como uma ferramenta de simplificação essencial para reduzir a complexidade desses dados. A metodologia adotada neste trabalho fundamenta-se na abordagem teórica da Aritmética Modular, com ênfase na aplicação do conceito de congruência módulo 7 para a resolução de problemas distintos sob uma mesma perspectiva matemática. Inicialmente, realizou-se uma revisão conceitual sobre congruências, destacando suas propriedades fundamentais, como a compatibilidade com as operações de adição, subtração e multiplicação. Em seguida, os problemas propostos são analisados sob a ótica da periodicidade. No caso dos dias da semana, considera-se o caráter cíclico do calendário, cuja repetição ocorre a cada 7 dias. A estratégia consiste em reduzir o número de dias (152) ao seu equivalente módulo 7, por meio da divisão euclidiana, permitindo trabalhar com um valor mais simples e representativo dentro do ciclo semanal. Essa abordagem é semelhante à utilizada em questões do ENEM e de concursos, nas quais frequentemente se exploram padrões cíclicos, restos de divisões e simplificações de potências. Para isso, observa-se que $152 = 21 \times 7 + 5$, logo $152 \equiv 5 \pmod{7}$. Assim, para o futuro, somam-se 5 dias à sexta-feira, resultando na quarta-feira. Para o passado,

[1] Acadêmica do curso de Matemática - Licenciatura, Universidade Federal da Fronteira Sul, *campus* Cerro Largo, bolsista UFFS, leticia.scherer@estudante.uffs.edu.br
[2] Graduada em Física - Licenciatura e acadêmica do curso de Matemática - Licenciatura, Universidade Federal da Fronteira Sul, *campus* Cerro Largo, luanamattes92@gmail.com
[3] Acadêmico do curso de Matemática - Licenciatura, Universidade Federal da Fronteira Sul, *campus* Cerro Largo, patrick.thomas@estudante.uffs.edu.br
[4] Doutor em Matemática, Universidade Federal da Fronteira Sul, *campus* Cerro Largo, fabiano.pereira@uffs.edu.br

subtraem-se 5 dias, resultando em domingo. No caso da divisibilidade de 2^{2026}, emprega-se a propriedade de que, se dois números são congruentes módulo 7, então suas potências também serão congruentes no mesmo módulo. Dessa forma, substitui-se a base por um valor congruente mais simples, reduzindo significativamente a complexidade do cálculo, isto é, identifica-se que $2^3 \equiv 1 \pmod 7$, e como $2026 = 3 \times 675 + 1$, obtemos que:

$$(2^3)^{675} \times 2^1 \equiv 1^{675} \times 2 \equiv 2 \pmod 7.$$

O resultado revela que 2^{2026} deixa o resto 2 quando dividido por 7, confirmando que o número não é divisível por 7. Conclui-se que a congruência módulo 7 permite tratar, de forma unificada, problemas de periodicidade e divisibilidade, evidenciando padrões cíclicos. Essa abordagem não apenas simplifica cálculos, mas também desenvolve estratégias eficientes muito presentes em avaliações como o ENEM e concursos públicos, onde o reconhecimento de padrões e o uso de restos de divisão são fundamentais para a resolução rápida e eficaz dos problemas.

Palavras-chave: Teoria dos Números. Divisibilidade. Congruência.

Categoria: Matemática.