



UNIVERSIDADE
FEDERAL DA
FRONTEIRA SUL
CAMPUS CHAPECÓ

Curso de Matemática
Licenciatura



LIVRO DIGITAL NO GEOGEBRA:

Uma abordagem interativa para o Ensino de Cálculo

Emelly Marchiori¹

Anna Karolina Boller Leal²

Vitor José Petry³

Rosane Rossato Binotto⁴

Palavras-chave: Tecnologias Digitais, GeoGebra, Cálculo Diferencial e Integral, Objetos Virtuais de Aprendizagem.

1. Introdução

As mudanças ocorridas na sociedade nas últimas décadas, especialmente no que se refere a inserção, modernização e sofisticação de sistemas e dispositivos, suscitam reflexões acerca dos processos de construção do conhecimento. Nessa perspectiva, o acesso à informação tornou-se significativamente mais rápido por meio das redes digitais, o que interfere diretamente nas formas de aprender, ensinar e produzir saberes. De acordo com Tebaldi Santos, Santos e Javaroni (2023, p. 35):

O processo de construção de conhecimento é modificado com o advento de novas tecnologias, visto que outros meios são inseridos como mediadores na relação entre o conhecimento e as ações cognitivas do ser humano, provocando transformações nas suas atividades intelectuais.

Ao transformar o modo como é produzido o conhecimento, as tecnologias impactam diretamente nas práticas pedagógicas e conseqüentemente nos processos de ensino e de aprendizagem. No contexto contemporâneo, as tecnologias digitais (TD) revelam-se como um recurso fundamental, sobretudo no ensino de Matemática, na medida em que podem ampliar a compreensão de conceitos com o apoio de ferramentas compatíveis com a realidade atual dos estudantes. Entretanto, Tebaldi Santos, Santos e Javaroni (2023) destacam que para modernizar as ações educacionais ou didáticas não basta apenas inserir computadores e/ou calculadoras no ambiente de ensino, mas é necessário ter um olhar crítico para as implicações dos avanços tecnológicos na sociedade. Já para Silva (2025, p. 4), as TD “[...] quando utilizadas de forma

¹ Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Graduanda em Matemática-Licenciatura. *Campus* Chapecó. E-mail: emellymarchiori05@gmail.com

² Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Graduanda em Matemática-Licenciatura. *Campus* Chapecó. E-mail: anna.leal@estudante.uffs.edu.br

³ Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Doutor em Matemática Aplicada. *Campus* Chapecó. E-mail: vitor.petry@uffs.edu.br

⁴ Universidade Federal da Fronteira Sul (UFFS), Doutora em Matemática. *Campus* Chapecó. E-mail: rosane.binotto@uffs.edu.br

planejada e pedagógica, podem transformar o ensino de Matemática, tornando-o mais dinâmico, interativo e significativo para os estudantes”. Ainda, para a mesma autora,

A utilização de softwares de geometria dinâmica, planilhas eletrônicas, ambientes de programação e outras ferramentas digitais pode proporcionar aos estudantes uma compreensão mais profunda de conceitos abstratos, além de desenvolver habilidades como o raciocínio lógico, a criatividade e a capacidade de investigação (Silva, 2025, p. 4).

Considerando a importância e as possibilidades para o uso das TD no ensino e aprendizagem de Matemática, desenvolveu-se um trabalho com o objetivo de produzir um livro digital no GeoGebra que aborda conceitos do Cálculo Diferencial e Integral (CDI), o qual está sendo apresentado neste resumo. A escolha do tema ocorreu devido à relevância dessa disciplina em cursos de graduação de Ciências Exatas e, também, à dificuldade de muitos estudantes no primeiro contato com os conteúdos abordados.

O livro é composto por diversos Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA), que, segundo pesquisadores como Kay e Knaack (2007), Audino e Nascimento (2010), Peretto e Albuquerque (2018), constituem-se como recursos que possam ser utilizados no processo de ensino e aprendizagem de algum conceito, contribuindo nas práticas pedagógicas e estimulando o processo cognitivo dos estudantes. Alguns dos OVA que compõem o livro já foram apresentados em trabalhos anteriores como Marchiori, Binotto e Petry (2025) e Marchiori *et al.* (2025), em que realizou-se um exercício de Imaginação Pedagógica (IP) sobre o material na perspectiva proposta por Skovsmose (2015).

2. Metodologia

Para a construção dos OVA, utilizou-se o software GeoGebra, aplicativo educacional gratuito que integra diferentes áreas da Matemática, como geometria, álgebra, cálculo e estatística. A plataforma permite a construção de gráficos, manipulação de figuras geométricas, criação de textos e fórmulas, de modo a explorar conceitos matemáticos de forma visual e interativa. A visualização de objetos matemáticos desempenha um papel relevante no contexto educacional ao promover interações de estudantes e docentes com TD, especialmente no processo de atribuição de significados matemáticos, argumentação e na análise de diferentes formas de representação (Scheffer, 2023).

Após a elaboração dos OVA, eles foram reunidos e organizados no formato de livro no GeoGebra *online*. Nesse livro, além dos OVA também foram inseridos outros elementos como textos, questões (descritivas ou de múltipla escolha), imagens, entre outros.

Os OVA e o livro foram elaborados a partir de uma integração de projetos de Iniciação Científica e Monitoria de Ensino que as duas primeiras autoras deste trabalho participam, procurando aproximar essas duas áreas da Universidade, visto que o desenvolvimento de materiais digitais utilizando o GeoGebra pode servir de suporte

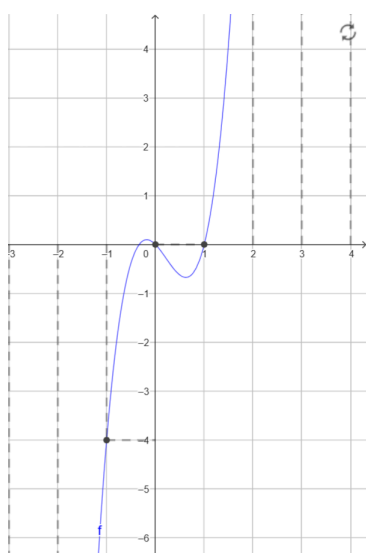
também para as atividades de monitoria, contribuindo assim, com a formação continuada das estudantes no contexto docente do Ensino Superior.

3. Resultados

Nesta seção é descrita a estrutura do livro, que é composto por quatro capítulos sobre funções, limites, derivadas e integrais. Em cada um deles, foram adicionadas atividades que contêm os OVA construídos, abordando introdução aos conceitos, propriedades e exemplos. Os OVA são dinâmicos, permitindo e incentivando a interação do estudante com o material. Os conceitos matemáticos são explorados por meio de textos, questionamentos, representações algébricas e gráficas. A maioria das construções são divididas em duas janelas, em que uma possui instruções para manipulação do OVA, explicações conceituais e/ou expressões algébricas, além de botões para exibir/esconder elementos, enquanto a outra mostra a parte gráfica/interativa. A escolha por esse modelo ocorreu para que o estudante possa compreender os conteúdos de modo mais dinâmico, pensando também na importância da visualização das diferentes representações de um mesmo objeto matemático.

A Figura 1 ilustra o primeiro OVA do livro, em que é abordado o conteúdo de funções. Essa construção tem o objetivo de retomar alguns conceitos, como domínio, contradomínio e imagem, além de destacar as operações básicas que podem ser realizadas. As funções desempenham um papel fundamental no estudo de CDI, podendo ser representadas de diferentes formas, seja algebricamente, por meio de gráficos, diagramas ou até mesmo por correspondências numéricas entre as variáveis envolvidas. Assim, buscou-se mostrar essas representações distintas através de elementos do GeoGebra.

Figura 1 – OVA sobre funções

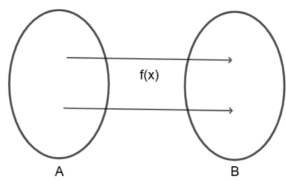


Funções

Sejam A e B subconjuntos de \mathbb{R} . Uma função $f: A \rightarrow B$ é uma lei ou regra que a cada elemento de A faz corresponder a um único elemento de B.

O conjunto A é chamado de Domínio de f e é denotado por $D(f)$. O conjunto B é chamado de Contradomínio de f.

A \rightarrow B
x \rightarrow f(x)



Valor e Conjunto Imagem

Seja $f: A \rightarrow B$:

- Dado $x \in A$, o elemento $f(x) \in B$ é chamado de valor da função no ponto x.
- O conjunto formado por todos os valores possíveis de $f(x)$ quando x varia por todo o domínio, ou seja, valores que a função pode assumir, é chamado de Conjunto Imagem de f, denotada por $Im(f)$.

Operações básicas entre funções

É possível realizar operações entre funções. Considere f e g funções, as operações básicas se aplicam para as funções de forma que:

- $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$
- $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$
- $(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$
- $(f/g)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, se $g(x) \neq 0$

Escreva qualquer função na caixa de texto azul e observe o gráfico desta função à esquerda.

$3x^3 - 2x^2 - x$

Obs: Se a caixa ficar vermelha significa que não foi digitado corretamente ou que não existe a função escrita

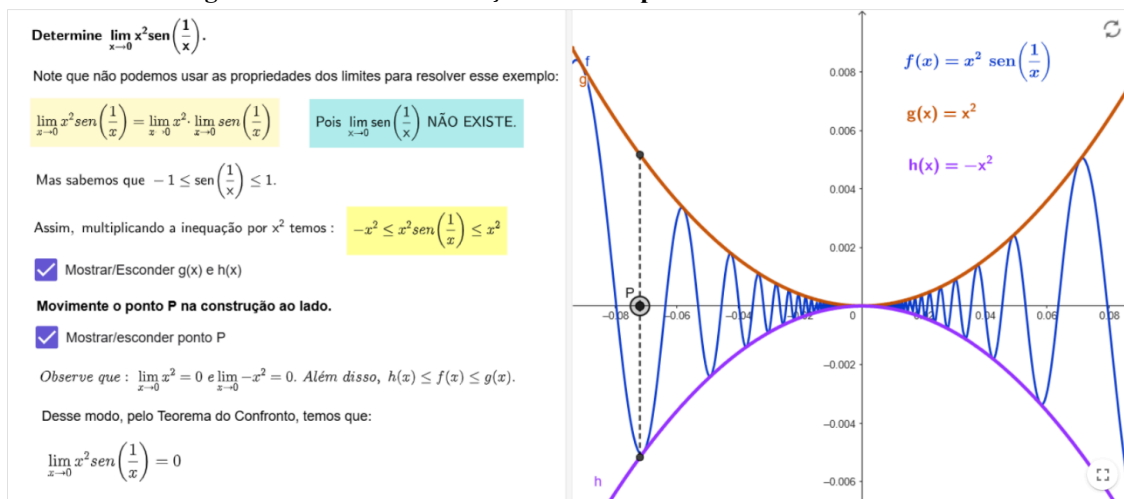
Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Neste OVA, o estudante pode digitar uma função de sua escolha na caixa de texto, e seu respectivo gráfico é mostrado na janela de visualização. Ainda, são exibidos alguns pontos sobre o gráfico (mostrando a correspondência numérica entre as variáveis nestes pontos) para auxiliar na compreensão do comportamento da função.

Para explorar o conteúdo de limites, foram construídos e organizados no livro alguns OVA sobre temas como noção intuitiva de limite de uma função, limites laterais, limites infinitos, exemplos de limites, introdução à definição (formal) de limite e Teorema do Confronto. De forma semelhante, para derivadas e integrais foram abordados o conceito de reta tangente a uma curva em um ponto, interpretação geométrica da derivada, Soma de Riemann e Teorema Fundamental do Cálculo.

Na Figura 2 é exibido um dos OVA com exemplos de resolução de limites, em particular, a construção foi desenvolvida para visualizar o limite de uma função utilizando o Teorema do Confronto, também conhecido como Teorema do Sanduíche ou do Imprensamento.

Figura 2 – OVA com resolução de limite pelo Teorema do Confronto



Fonte: Elaborado pelos autores (2025).

Novamente, há a representação algébrica e gráfica da solução, além de elementos como botões e um ponto que pode ser movimentado pelo estudante para melhor compreensão. Anteriormente à apresentação de alguns exemplos, foram organizados outros OVA, neste caso, um que apresenta o teorema, contando também com textos na própria atividade.

A maioria das atividades do livro segue a mesma organização, com textos apresentando definições, notações, dicas e exemplos, além de OVA interativos. Algumas contêm questões que podem ser respondidas na própria plataforma. A versatilidade do GeoGebra nas construções matemáticas permite explorar diferentes conceitos, ainda, possibilitando a organização dos materiais em um mesmo ambiente. Isso facilita o roteiro de estudo, planejamento e até mesmo o desenvolvimento de sequências didáticas. Assim, essa ferramenta pode contribuir para tornar o ensino mais

estruturado, auxiliando na aprendizagem, não somente de CDI, mas de outros conteúdos de Matemática.

4. Considerações finais

Neste trabalho, buscou-se apresentar um livro digital elaborado para o ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), utilizando o GeoGebra como ferramenta de construção e disponibilização do material produzido, também com o objetivo de divulgar esse livro. Além disso, descreveu-se a estrutura do material com a apresentação de dois exemplos de OVA que compõem o livro, com a finalidade de mostrar o formato das construções. Alguns dos OVA relacionados aos temas de limites e derivadas foram descritos em trabalhos anteriores.

A partir do material elaborado, foi possível evidenciar uma das possibilidades do uso de TD para maior dinamicidade no ensino de CDI, contribuindo para a compreensão e visualização dos objetos matemáticos em questão. Com esse trabalho, espera-se motivar o ensino e a aprendizagem de Matemática mediados por TD, em especial, o estudo dos conteúdos relacionados ao CDI. A plataforma do GeoGebra *online* permite a publicação de atividades e livros, tornando-os disponíveis para acesso do público, seja professores ou alunos. Desse modo, o livro pode se tornar um apoio para as práticas pedagógicas, favorecendo a construção do conhecimento de forma interativa, dinâmica e acessível.

5. Referências

AUDINO, Daniel Fagundes; NASCIMENTO, Rosemy da Silva. Objetos de aprendizagem – diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação. **Revista Contemporânea de Educação**, [s.l.], v.5, n.10, p.128-148, 2010.

KAY, R. H.; KNAACK, L. Evaluating the learning in learning objects. **Open Learning: The Journal of Open and Distance Education**, v. 22, n.1, p. 5-28, 2007.

MARCHIORI, Emelly; BINOTTO, Rosane Rossato; PETRY, Vitor José. Análise de Possibilidades e Potencialidades do uso de Objetos Virtuais De Aprendizagem no Ensino de Cálculo. In: XV JORNADA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA, 2025, Chapecó. **Anais** [...]. Chapecó: UFFS, 2025, p. 1-5. Disponível em: <https://portaleventos.uffs.edu.br/index.php/JORNADA/article/view/24023> . Acesso em: 27 mar. 2026.

MARCHIORI, Emelly; LEAL, Anna Karolina Boller; BINOTTO, Rosane Rossato; PETRY, Vitor José. O Ensino de Derivadas com Tecnologias Digitais: Uma proposta com o uso do GeoGebra. In: VIII SEMANA ACADÊMICA DE MATEMÁTICA (SAMAT), v.8, 2025, Chapecó. **Anais** [...]. Chapecó: UFFS, 2025, p. 1-7. Disponível em: <https://portaleventos.uffs.edu.br/index.php/SAMAT/article/view/24094>. Acesso em: 27 mar. 2026.

PERFETTO, Fabio Viana; ALBUQUERQUE, Ana Cristina de. O tratamento dos objetos virtuais de aprendizagem como recursos informacionais na criação, uso e recuperação da informação. **Brazilian Journal of Information Science: research trends**, Marília, SP, v. 12, n.

3, p. 41 – 48, 2018. DOI: 10.36311/1981-1640.2018.v12n3.05.p41. Disponível em: <https://revistas.marilia.unesp.br/index.php/bjis/article/view/8168>. Acesso em: 31 mar. 2026.

SCHEFFER, Nilce Fátima. Study of graphs mediated by learning object: a discussion based on initial teacher training. **Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**, Brasília, v. 13, n. 3, p. 1–15, 2023. DOI: 10.37001/ripec.v13i3.3541. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/ripec/article/view/3541>. Acesso em: 1 abr. 2026.

SILVA, Dayani Quero. MATEMÁTICA E TECNOLOGIAS DIGITAIS: BENEFÍCIOS E DESAFIOS NA PERSPECTIVA DE PROFESSORES DA EDUCAÇÃO BÁSICA. **ARACÊ**, [S. l.], v. 7, n. 8, p. e7606, 2025. DOI: 10.56238/arev7n8-260. Disponível em: <https://periodicos.newsciencepubl.com/arace/article/view/7606>. Acesso em: 6 abr. 2026.

SKOVSMOSE, Ole. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In: D'AMBROSIO, Beatriz Silva; LOPES, Celi Espasandin. (Org.). **Vertentes da subversão na produção científica em educação matemática**. Campinas: Mercado das Letras, 2015, p. 63-90.

TEBALDI SANTOS, Daniel; SANTOS, Silvana Cláudia dos; JAVARONI, Sueli Liberatti. O conceito de tecnologia e seres-humanos-com-mídias: aspectos epistemológicos da cibernética e educação matemática. In: BORBA, Marcelo C.; XAVIER, José Fábio; SCHÜNEMANN, Tiele Aquino (Org.). **Educação Matemática: múltiplas visões sobre Tecnologias Digitais**. São Paulo: Livraria da Física, 2023, p. 23-38.