PENSAMENTO COMPUTACIONAL E GRUPOS DE SIMETRIAS:
Uma abordagem com estudantes da Licenciatura em Matemática

Eluísa Andréia Nerling[1]
Rosane Rossato Binotto[2]
Vitor José Petry[3]

Palavras-chave: GeoGebra. Pensamento Computacional. Grupos Diedrais. Grupo das Reflexões. Álgebra.

1. Introdução

Na Licenciatura em Matemática o estudo dos grupos diedrais ou de simetrias ocupa um papel fundamental para a formação do licenciando, pois ilustra de forma concreta a interação entre álgebra e geometria. Conforme Carter (2009), esses grupos modelam as simetrias de figuras geométricas por meio de rotações e reflexões, oferecendo uma introdução visualmente intuitiva às estruturas algébricas e suas aplicações. Esses compreendem o grupo das rotações e o grupo das simetrias (rotação e reflexão) de um polígono regular de n lados, ambos com a operação composição de simetrias. Esse último também é chamado grupo diedral.

Com o intuito de contribuir com propostas didáticas inovadoras que usam tecnologias digitais (TD) para facilitar o ensino e a aprendizagem desses conceitos, apresenta-se esse trabalho em que se utiliza o software GeoGebra e habilidades do pensamento computacional (PC) no estudo dos grupos diedrais, oferecendo uma nova perspectiva para o ensino da Matemática no nível de graduação.

O PC, que emergiu como uma habilidade fundamental para todos, e não apenas para cientistas da computação, envolve a resolução de problemas e o entendimento do comportamento humano, com base nos "conceitos fundamentais para a computação" (Wing, 2006, p. 2). O PC também é o processo de pensamento envolvido na formulação e na expressão da solução de um problema, de modo que um humano ou uma máquina possam executá-lo (Wing, 2014). Neste sentido, de acordo com Wing (2016), o PC é uma habilidade que deveria ser considerada, juntamente com leitura, escrita e aritmética, "na habilidade analítica de todas as crianças" (Wing, 2016, p. 2).

Na tentativa de identificar conceitos e operacionalizar o PC, diversos autores propuseram definições, sendo uma delas apresentada por Brackmann (2017). Para esse autor, o PC envolve a capacidade de usar fundamentos da computação para identificar e resolver problemas de forma individual ou colaborativa, por meio de passos claros que podem ser

[1] Universidade Federal da Fronteira Sul, Graduanda no Curso de Licenciatura em Matemática. *Campus* Chapecó. E-mail: eluisanerling@gmail.com.
[2] Universidade Federal da Fronteira Sul, Doutora em Matemática. *Campus* Chapecó. E-mail: rosane.binotto@uffs.edu.br.
[3] Universidade Federal da Fronteira Sul, Doutor em Matemática Aplicada. *Campus* Chapecó. E-mail: vitor.petry@uffs.edu.br.

executados por uma pessoa ou uma máquina. As atividades desenvolvidas nessa perspectiva têm como finalidade contribuir na construção do pensamento lógico; na habilidade de reconhecimento de padrões; e no desenvolvimento do raciocínio por meio da decomposição, do reconhecimento, da abstração de um problema, de algoritmos (ou fluxogramas). Assim, o PC é estruturado em quatro pilares principais: decomposição, reconhecimento de padrões, abstração e algoritmos (Brackmann, 2017). Além disso, conforme Valente (2016), o uso de ambientes de programação ou softwares pode propiciar o desenvolvimento de habilidades do PC.

Assim, elenca-se como objetivo geral do trabalho investigar contribuições da integração de habilidades do pensamento computacional no estudo de grupos de simetrias, em um curso de Licenciatura em Matemática, usando o GeoGebra. O referencial teórico e metodológico adotado baseia-se na premissa de que a programação pode potencializar o desenvolvimento do pensamento criativo e do PC na Matemática, conforme defendido por Binotto, Maltempi e da Silva (2023). A escolha do GeoGebra justifica-se por seu aporte visual, que pode facilitar a compreensão das propriedades algébricas e geométricas dos grupos de simetrias, bem como o reconhecimento dos pilares do PC.

Ainda, a incorporação dessas habilidades na Educação, especialmente em Matemática, valoriza o desenvolvimento de ideias, a resolução de problemas, a reflexão e a formulação de soluções criativas (Azevedo e Maltempi, 2020).

2. Metodologia

A pesquisa em questão tem abordagem qualitativa, pois busca a compreensão dos fenômenos estudados, sem se prender à quantificação, uma vez que pretende-se "[...] atingir aspectos humanos sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar presos a quantificadores e aos cálculos recorrentes" (Bicudo, 2020, p. 113). Dessa forma, o objetivo principal deste tipo de abordagem é analisar os significados construídos pelos participantes durante a pesquisa.

O foco da investigação Matemática são os grupos de simetria, que abrangem tanto as rotações quanto as reflexões. Estes tópicos, conhecidos por serem desafiadores na disciplina de Álgebra, podem ter sua compreensão facilitada por meio da visualização e da manipulação em ambientes digitais, conforme observado por Sousa, Alves e Aires (2024).

O estudo foi realizado com seis estudantes, na disciplina de Álgebra do Curso de Licenciatura em Matemática da UFFS, *Campus* Chapecó, no primeiro semestre de 2025. Esses participantes foram desafiados a construir um Objeto Virtual de Aprendizagem (OVA) utilizando o software GeoGebra, com o intuito de explorarem o grupo de rotações. Eles também manipularam um OVA disponibilizado pelos autores deste trabalho para o estudo do grupo diedral - rotações e reflexões de um polígono regular. Em uma sala virtual do GeoGebra, os estudantes responderam a um conjunto de questões que abordavam conceitos matemáticos sobre os grupos de simetrias, os pilares do PC e suas percepções sobre benefícios e limitações do uso das TD no ensino. Esse trabalho integra um projeto de pesquisa aprovado no Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da UFFS, sob o protocolo CAAE: 86091025.5.0000.5564.

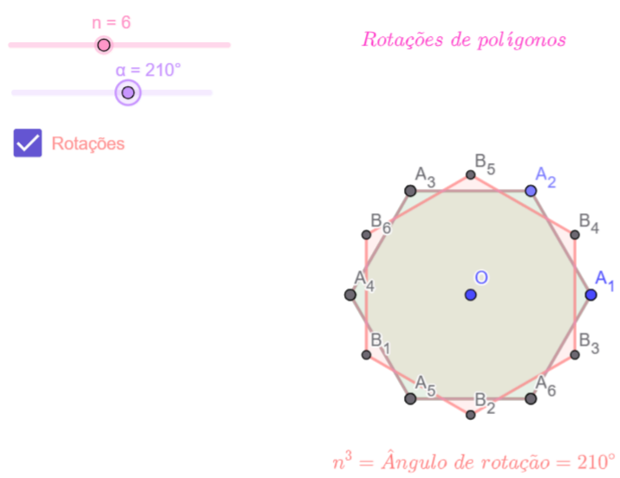
3. Resultados

Inicialmente, os estudantes construíram um Objeto Virtual de Aprendizagem (OVA) no GeoGebra para o estudo das rotações de polígonos regulares, de acordo com uma sequência de passos: iniciou-se com a marcação dos pontos $O = (0, 0)$ e um ponto A sobre o eixo x. Em seguida, foi criado um controle deslizante "n" para determinar o número de lados do polígono, com um valor mínimo de 3 e incremento 1, sendo o valor máximo opcional. Após, foi construída uma lista de pontos, "$l1$=Sequência (Girar (A, $k * \frac{360°}{n}$, O), k, 0, n)". Este comando rotaciona o ponto A em torno do ponto O para criar os vértices do polígono. Com a lista de pontos definida, o polígono regular base foi criado utilizando-se o comando do geogebra "Polígono (Lista de Pontos)".

Para as rotações, foi criado um novo controle deslizante nomeado por "α" (alfa), que varia o ângulo de 0° a 360°, com incremento de 1. Uma nova lista de pontos, "$l2$", foi gerada usando o comando "Sequência (Girar (Elemento ($l1$, k), α, 0), k, 1, n)". Esse comando aplica a rotação aos pontos do polígono original em torno do ponto $l1$, pelo ângulo α. Por fim, o polígono de rotação foi construído a partir da lista $l2$, para permitir a visualização da transformação. Para essa construção se tornar ainda mais dinâmica e melhorar a visualização, pode-se utilizar a criatividade adicionando detalhes como cores, textos etc.

A Figura 1 ilustra um dos OVA produzidos pelos participantes da pesquisa, que aborda as rotações de hexágono regular em torno do ponto O, que está no centro do polígono. No objeto, os pontos A_n são os vértices do polígono original e os pontos B_n são os vértices do polígono rotacionado, para $n = 1, 2, ..., 6$.

Figura 1- Print da tela do GeoGebra de um OVA sobre rotações de um hexágono regular



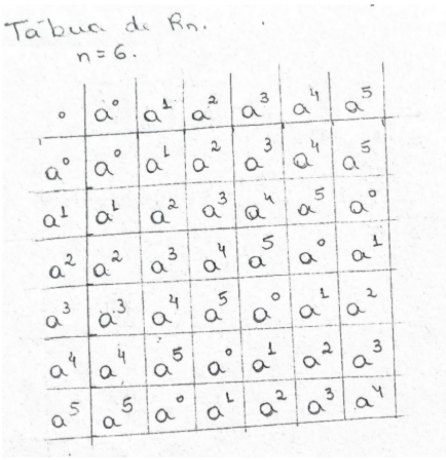
Fonte: Acervo da pesquisa (2025)

Na ilustração, uma das rotações do hexágono encontra-se em andamento com ângulo α = 210°, partindo-se, do ponto A_1 para o ponto A_5. No momento que B_1 sobrepõe o ponto A_5, no sentido anti-horário, essa rotação estará completa. Pode-se observar, ainda, que no hexágono cada rotação corresponde a um ângulo $\alpha = k.60° = \frac{360°}{6}.k$, onde $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

Em um grupo de rotações de um polígono regular, a operação composição de rotações resulta em outra rotação que pertence ao mesmo grupo, e essa pode ser visualizada através da tábua do grupo de rotações. A dificuldade, frequentemente, está em visualizar e identificar a rotação resultante dessa composição. Na pesquisa, após interagirem com os OVA de diferentes polígonos, os estudantes construíram a tábua de um polígono regular.

Na Figura 2, apresenta-se uma das soluções realizadas pelos participantes da pesquisa, a tábua de rotações do hexágono regular. Observa-se que e é o elemento neutro e que a^k, $k = 1, 2, 3, 4, 5$, é a rotação de um ângulo $\alpha = k.60°$, do hexágono, em torno do seu centro.

Figura 2- Tábua do grupo das rotações de um hexágono regular elaborada por um participante


Tábua de Rn.
n = 6.

$\circ$	a^0	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5
a^0	a^0	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5
a^1	a^1	a^2	a^3	a^4	a^5	a^0
a^2	a^2	a^3	a^4	a^5	a^0	a^1
a^3	a^3	a^4	a^5	a^0	a^1	a^2
a^4	a^4	a^5	a^0	a^1	a^2	a^3
a^5	a^5	a^0	a^1	a^2	a^3	a^4

Fonte: Acervo da pesquisa (2025)

Além disso, os participantes da pesquisa também exploraram as reflexões de polígonos regulares através de OVA construído no GeoGebra, pelos autores deste artigo. Esse objeto foi aprimorado a partir da construção do OVA sobre rotações de um polígono regular realizada pelos participantes. As reflexões foram introduzidas a partir da criação de uma lista de mediatrizes no polígono de rotação, obtendo a lista "$l3$=Sequência (Mediatriz (Elemento ($l2$, k), Elemento ($l2$, k+1)), k, 1, n). Após, criou-se o controle deslizante de nome "m", responsável por controlar a mediatriz do polígono, com valor mínimo 1, máximo m e incremento 1; em seguida, criou-se a reta "r= Elemento ($l3$, m)".

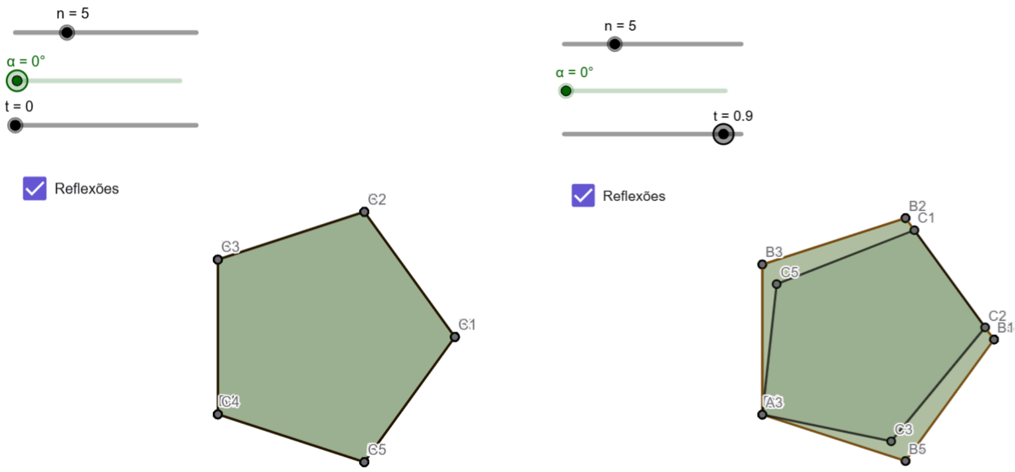
Para relacionar cada vértice do polígono a um outro, e realizar as reflexões, utiliza-se conceitos de retas perpendiculares e a interseção delas com as mediatrizes construídas anteriormente. Faz-se o uso de listas para isso, primeiramente, cria-se a lista 4 "$l4$= Sequência(Perpendicular(Elemento($l2$, k), r), k, 1, n)". Após, obtém-se a lista 5, "$l5$=Sequência(Interseção(Elemento($l4$, k), r), k, 1, n)".

Em seguida, cria-se o controle deslizante "t" que controlará as reflexões, com valor mínimo 0 e máximo 1. E após isso, elabora-se a lista 6 com o seguinte comando: "$l6$ =Sequência(Elemento($l2$, k) + $2t$ Vetor(Elemento($l2$, k), Elemento($l5$, k)), k, 1, n)".

Aqui faz-se o uso de vetores para visualizar a reflexão acontecendo através do controle deslizante "t". Por fim, cria-se o polígono com essa lista, e renomeia-se os pontos dela para melhor visualização.

Na Figura 3 estão *prints* do OVA apresentado aos participantes. Eles puderam explorar e identificar características das reflexões, após as rotações, no estudo dos grupos diedrais, de forma dinâmica.

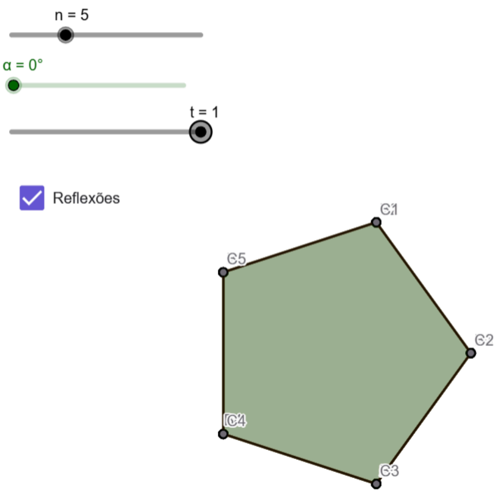
Figura 3- Prints da tela do GeoGebra de OVA sobre reflexões de um pentágono regular



Fonte: Acervo da pesquisa (2025)

Nota-se que, na Figura 3 (esquerda), os pontos C_n estão sobrepondo os pontos do polígono original (A_n) e os pontos do polígono em rotação (B_n). Já na Figura 3 (direita), observa-se a reflexão ocorrendo e, portanto, é possível visualizar os pontos do polígono em rotação. Da mesma forma, rotacionando-se o polígono, será possível visualizar os pontos do polígono original. A Figura 4 mostra a reflexão da Figura 3 finalizada.

Figura 4- Print da tela do GeoGebra de OVA sobre reflexões de um pentágono regular



Fonte: Acervo da pesquisa (2025)

A partir da interação e manipulação dos participantes com os dois OVA ilustrados neste trabalho, ficou perceptível a esses participantes os benefícios do uso do GeoGebra para o estudo da Álgebra e a identificação dos pilares do PC. Para um deles, *"Essa representação geométrica tornou possível a visualização da ação do grupo sobre o conjunto de vértices, facilitando a compreensão da operação interna do grupo e da formação da tábua de composições"*. Já outro estudante comentou que, a partir do software *"[...] foi possível manipular polígonos e aplicar rotações sucessivas, evidenciando a estrutura cíclica dessas operações. Conceitos como identidade, inverso e fechamento tornaram-se mais claros"*. Além disso, ficou claro o processo do algoritmo, enquanto sequência de passos, para a construção do OVA para todos os participantes, sendo que um deles comenta que *"com ele, ficou mais fácil visualizar como o polígono gira, quantos movimentos diferentes ele pode fazer e como essas rotações se repetem formando um padrão"*.

O uso do GeoGebra, segundo os participantes, foi um facilitador para a compreensão das operações de grupos de simetrias, visto que a interação dinâmica com o software aprimorou o entendimento desses conceitos. No entanto, é fundamental que a formalização dos conceitos estudados seja feita de forma complementar, pois os objetos não abordam, por si só, a notação, as leis de composição ou as propriedades algébricas. Portanto, embora o GeoGebra seja um recurso digital valioso para a visualização e formulação de conjecturas, ele precisa ser integrado a estratégias de ensino que promovam a formalização e a abstração, habilidades essenciais para a compreensão de conceitos de Álgebra.

4. Considerações Finais

Este estudo teve como objetivo investigar contribuições da integração de habilidades do pensamento computacional no estudo de grupos de simetrias, em um curso de Licenciatura em Matemática, por meio do uso do GeoGebra. O uso de OVA mostrou-se uma estratégia eficiente para tornar a abstração dos grupos diedrais em uma experiência mais concreta e acessível. A abordagem não só ofereceu uma intuição visual, mas também estimulou a compreensão dos algoritmos e a decomposição de problemas, elementos centrais do PC.

A experiência evidenciou elementos de que, embora o software apresente limitações para a formalização puramente algébrica, seu uso proporciona um ambiente de experimentação que fomenta uma compreensão mais profunda e intuitiva. Essa dinâmica de aprendizado alinha-se às descobertas de Azevedo e Maltempi (2020). Segundo os autores, a criatividade na matemática e na computação se unifica com o propósito de uma formação matemática que transforma contextos e materiais úteis à ciência.

A pesquisa também evidenciou que é possível estimular a criatividade dos estudantes em suas produções. Conforme Binotto, Maltempi e da Silva (2023), a programação, por exemplo, possui potencial para desenvolver o pensamento criativo em matemática ao facilitar a simulação, a depuração, a reflexão sobre o processo, a motivação e o engajamento, resultando em soluções criativas.

A experiência evidenciou que a integração do PC com recursos digitais, como o GeoGebra, nos cursos de Licenciatura em Matemática pode ser eficiente para formar futuros professores. Essa abordagem os capacita a mediar a aprendizagem de conceitos complexos de forma criativa, preparando-os para um cenário educacional cada vez mais digital e que exige competências de resolução de problemas do século XXI.

5. Referências Bibliográficas

AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V. Processo de Aprendizagem de Matemática à luz das Metodologias Ativas e do Pensamento Computacional. **Ciência & Educação (ONLINE)**, v. 26, p. 01-18, 2020.

AZEVEDO, G. T.; MALTEMPI, M. V. Processo formativo em matemática e robótica: construcionismo, pensamento computacional e aprendizagem criativa. **Tecnologias, Sociedade e Conhecimento**, v. 7, n. 2, p. 85–107, 2020.

BICUDO, M. A. V. **Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica.** In: M. C. Borba & J. L. Araújo, (Orgs.), Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática. (pp. 107-119). São Paulo: Autêntica, 2020.

BINOTTO, R. R.; MALTEMPI, M. V.; DA SILVA, R. A. B. Potencialidades da programação em Python para o desenvolvimento do pensamento criativo em matemática. **Zetetike,** v. 31, p. 1-22, 2023.

BRACKMANN, C. P. Desenvolvimento do Pensamento Computacional Através de Atividades Desplugadas na Educação Básica. Tese (Doutorado em Informática na Educação), Cinted da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

CARTER, N. C. **Visual Group Theory. Mathematical Association of America.** Bentley University, 2009.

SOUSA, R. T. de.; ALVES, F. R. V.; AIRES, A. P. F. O GeoGebra no ensino de Álgebra Abstrata: uma abordagem dos grupos diedrais via Engenharia Didática. **Ciência & Educação**, v. 30, p. 1-17, 2024.

VALENTE, J. A. Integração do Pensamento Computacional no Currículo da Educação Básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. **e-Curriculum**, v. 14, p. 1770-1793, 2016.

WING, J. M. Computational Thinking. **Communications of the ACM**, v. 49, p. 33-35, 2006.