MODELAGEM NA ESCOLA BÁSICA: Pintura da quadra de esportes

Gilberto Elias Dallastra [1]

Melissa Yara Boiani [2]

Raul Ferrandin de Araujo [3]

Pedro Augusto Pereira Borges [4]

Palavras-chave: Modelagem na escola. Saberes populares e escolares. Modelos de custos.

1. Introdução

A Modelagem na Educação Matemática[5] (MEM) tem se desenvolvido significativamente nos últimos quarenta anos, como evidencia-se nos trabalhos publicados com diferentes formas e enfoques[6]. Livros com modelos desenvolvidos para a Escola Básica como os de Biembengut e Hein (2002), Almeida, Silva e Vertuan (2016) e para o Ensino Superior de Bassanezi (2002)) com orientações metodológicas que incentivam a investigação de temas reais com modelagem e discutem as propriedades dessa tendência de ensino. Artigos sobre as etapas da modelagem têm mostrado o caráter investigativo e as dificuldades inerentes a esse modo de descrever o real, assim como as alternativas de adaptação ao estágio de desenvolvimento cognitivo dos alunos, às condições físicas e ao tempo escolar como em Vos e Frejd (2022), Sodré e Oliveira (2021), Chaves e Santo (2008) e Barbosa (2001). A aprendizagem de conceitos matemáticos com modelagem é um tema recorrente, visto que os modelos são desenvolvidos em aulas de matemática, portanto é de se esperar que, de alguma forma, contribuam para o ensino dessa disciplina como em Almeida (2022), Prado, Oliveira e Barbosa (2014) e Silva e Tortola (2025). Nessa temática, relatos e análises de experiências do ambiente da sala de aula, propõem uma base empírica de pesquisa, voltados para a análise das práticas pedagógicas reais, com atenção para as interações entre professores e alunos (Veronez e Castro, 2018). O presente trabalho se coloca nessa linha e tem como objetivo descrever uma experiência pedagógica sobre a solução de um problema de modelagem, proposta por estudantes do primeiro ano do Ensino Médio.

---

[1] E.E.B. Antonio Morandini, SED.SC, Mestre. Email: dallastra@gmail.com.
[2] E.E.B. Antonio Morandini, SED.SC, Estudante de ensino Médio Email: melissayboiani@gmail.com.
[3] E.E.B. Antonio Morandini, SED.SC, Estudante de ensino Médio. Email: raul123fdea@gmail.com.
[4] UFFS, Doutor. Campus Chapecó. Email: pedro.borges@uffs.edu.br

[5] Neste texto, Modelagem na Educação Matemática (MEM) significa uma metodologia de ensino que utiliza a modelagem de situações reais para ensinar matemática.

[6] As obras citadas sobre os referidos enfoques de MEM, são apenas exemplos ilustrativos de um número maior de publicações nacionais e internacionais.

2. Descrição da experiência

A experiência de modelagem teve início em um Curso de Formação de Professores da região de Chapecó, SC, em que os professores foram convidados a realizar, efetivamente, uma atividade de MEM em suas classes escolares, com o devido apoio e acompanhamento do ministrante da formação. O convite foi aceito pelo primeiro autor desse trabalho, para modelar com alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual.

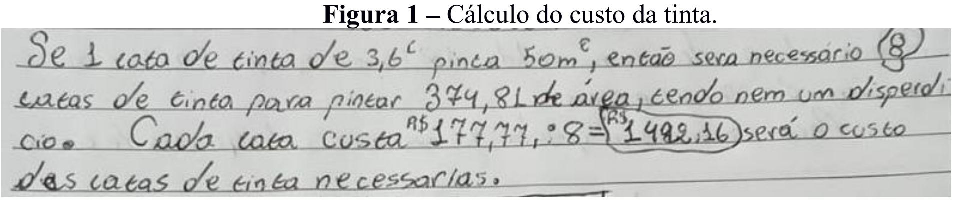
Na escola, o primeiro passo foi uma conversa com a turma, apresentando alguns modelos que ilustrassem como a matemática escolar pode ser útil para resolver problemas reais. Os alunos entenderam a ideia e, organizados em cinco grupos, escolheram temas, motivados com a possibilidade de apresentar seus trabalhos em eventos locais, como a Feira Estadual de Ciência e Tecnologia da Rede Pública de Ensino de Santa Catarina (Fecitec). Apesar do aparente entusiasmo inicial, apenas quatro dos cinco grupos chegaram até o final do processo de modelagem. O presente relato é sobre a experiência de um desses grupos, cujo tema modelado foi a pintura da quadra poliesportiva da escola.

A escolha ocorreu espontaneamente e reflete o campo de observação do cotidiano e os interesses dos estudantes, como usuários da quadra. A possibilidade de obter dados no comércio e com pintores, também teve alguma influência. Trata-se de um problema real: a necessidade de pintura da quadra, cuja solução pareceu evidente aos alunos, que passaram a fazer estimativas do custo do empreendimento, através de um orçamento de materiais e mão-de-obra. Porém, consideraram que além desses, deveriam considerar a durabilidade e o desperdício de tinta. Assim, o problema de modelagem pode ser formulado como: Qual é a tinta que apresenta o menor custo, tem a maior durabilidade e ainda, o menor desperdício?

Para determinar os custos com a tinta foram escolhidas quatro marcas (A, B, C e D) disponíveis nas lojas da cidade e indicadas para pintar o piso de cimento alisado da quadra. A capacidade das latas, o rendimento e a durabilidade foram obtidos nas próprias embalagens e os preços em lojas virtuais, registrados em forma de texto (Figura 1) e agrupados na Tabela 1.

3.

Figura 1 – Cálculo do custo da tinta.


Se 1 lata de tinta de 3,6L pinta 50m², então será necessário 8 latas de tinta para pintar 374,81 de área, tendo nem um disperdicio. Cada lata custa R$177,77, :8 = R$1422,16 será o custo das latas de tinta necessarias.

Fonte: Anotações dos alunos.

O rendimento de cada tinta é variável, pois depende do tipo de material do acabamento da superfície, dos materiais de pintura (pincéis ou rolos) e da técnica do pintor. Por isso as embalagens indicam intervalos de rendimento, como 40 a 60 m^2/lata. Para o orçamento, foi necessário definir um rendimento para cada tinta, o que levou os alunos a definirem um critério: a média do intervalo de rendimentos, ou o “ponto médio” na linguagem deles, expressos na terceira coluna da Tabela 1.

Tabela 1 – Dados técnicos e preços das tintas

Tintas	Lata (*l*)	Rendimento (m^2/*lata*)	Durabilidade (*anos*)	Preço (*R$*)
A	3,66	50	10	177,77
B	18	210	10	470,00
C	3,66	40	8	177,90
D	3,66	40	8	138,75

Fonte: Elaborado pelos autores.

A quadra retangular foi medida, obtendo-se *18,50 m* de largura por *20,26 m* de comprimento, perfazendo uma área de *374,81* m^2, de acordo com os cálculos dos alunos (Figura 1).

O método de cálculo do número de latas (ou de litros) de cada marca de tinta, foi registrado em forma de texto (Figura 1). No entanto, na entrevista com o grupo, a anotação dessa figura foi explicada como a fala do Quadro 2.

Quadro 2 – Explicação sobre proporção: modelo aritmético.

Aluno 1: Se uma lata de 3,6 litros pinta 50 m^2, então duas latas pintam 100 m^2, três pintam 150 m^2 e assim por diante, ... Então para 374,81 m^2, serão necessárias 8 latas.

Fonte: Os autores.

O procedimento de aproximações sucessivas é um método prático de calcular proporções mentalmente, usualmente empregado pelos pintores. Os alunos deixaram claro que o método ... é lógico e funciona (Aluno 2). De fato, além disso é também prático, pois compra-se um número inteiro de latas de tintas (8, no exemplo) mais do que suficiente para pintar a área, o que pode implicar em um certo desperdício, segundo eles.

O custo da tinta, então, é o número de latas vezes o preço da respectiva lata de tinta, tal como a segunda frase da Figura 1. Essas operações foram executadas para as quatro marcas, obtendo-se o custo com as tintas, mostrado na quarta coluna da Tabela 3.

Com a intenção de verificar se os alunos perceberam a possibilidade de utilizar o que aprenderam de proporção na Escola, houve o diálogo apresentado no Quadro 3, após o Seminário.

Quadro 3 – Explicação sobre proporção: modelo algébrico.

Pesquisador: vocês aprenderam algum outro método de calcular proporções, na Escola? Os alunos ficaram pensativos por alguns instantes. Talvez não entenderam bem a pergunta. Pesquisador: Algo como regra de três? Aluno 1: Ah! Sim! Aquele que tinha três números e um x? Aluno 2: ...E daí multiplicava cruzado ... Professor: Isso! E como calculava o x?

Fonte: os autores.

Sem muita dificuldade, os alunos escreveram o problema do cálculo do número de latas de tinta como uma regra de três, chegaram a uma equação e a resolveram para a incógnita. Por falta de tempo, não calcularam o número preciso de latas (~7,5 latas), mas certamente o fariam. Poderiam concluir que, se comprassem 8 latas, sobraria 0,5 lata de tinta, ou que comprariam 7 latas de 3,6 litros e mais 2 latas de 1 litro, o que reduziria o desperdício, comparando à compra de 8 latas. Por outro lado, relativizando a precisão do rendimento da tinta, poderiam concluir que é mais prático comprar 8 latas de 3,6 litros e deixar essa aparente sobra como segurança, caso o rendimento usado para o cálculo tenha sido subestimado. Essa análise não ocorreu, mas poderia ser uma atividade posterior à modelagem, proposta como investigação detalhada do desperdício.

Os dados para calcular o custo da mão de obra foram obtidos com um pintor da comunidade e estão apresentados na Tabela 2.

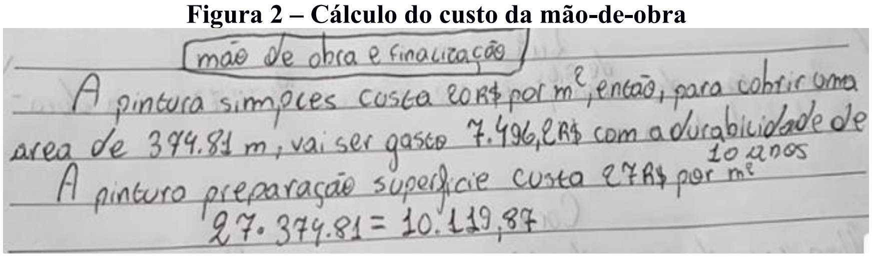
Tabela 2 – Custo de serviços da mão-de-obra.

Serviço	Unidade (*R$/m²*)
Pintura simples	20,00
Pintura preparação da superfície	27,00
Pintura multimão	35,00

Fonte: Os autores.

O cálculo do custo da mão-de-obra foi desenvolvido com multiplicações simples, do custo do serviço por m^2 (preparação e pintura simples) pela área total da quadra, descrito na Figura 2.

Figura 2 – Cálculo do custo da mão-de-obra


mão de obra e finalização

A pintura simples custa 20R$ por m², então, para cobrir uma area de 374.81 m, vai ser gasto 7.496,2R$ com a durabilidade de 10 anos

A pinturo preparação superfície custa 27R$ por m²

27 · 374.81 = 10.119,87

Fonte: Anotações dos alunos.

A adição dos custos da tinta (apenas uma demão) e da mão-de-obra (essa apenas para preparação e pintura simples) foram repetidos para cada tipo de tinta, o que levou aos resultados apresentados na sexta coluna da Tabela 3.

Tabela 3 – Resultados finais

Tintas	Quantidade (latas)	Quantidade (latas inteiras)	Custos com tintas (R$)	Mão de obra (R$)	Custo total (R$)
A	7,49	8	1.422,16	17.616,07	19.038,23
B	1,78	2	940,00	17.616,07	18.556,07
C	9,37	10	1.779,00	17.616,07	19.395,07
D	9,37	10	1.387,50	17.616,07	19.003,57

Fonte: Anotações dos alunos e sistematização dos autores.

A leitura dos dados aponta a tinta B como a opção mais em conta e também como a de menor desperdício, considerado esse, como a diferença entre os valores da terceira e da segunda coluna. Como a durabilidade da tinta B é a maior dentre as tintas pesquisadas (10 anos, de acordo com a Tabela 1), os alunos chegaram à conclusão de que a tinta mais viável é a B, respondendo o problema de modelagem proposto.

Os alunos não consideraram o custo do selador (produto usado na preparação da superfície a ser pintada), rolos, pincéis e tintas especiais para a marcação da quadra. Como se trata de modelagem escolar, essa simplificação não foi comentada em classe, reforçando a ideia de que a modelagem implica, necessariamente, em considerar os aspectos e variáveis mais relevantes, de acordo com nível de precisão desejado e o tempo escolar disponível.

3. A transição do conhecimento popular para o escolar

Os registros escritos e falados mostram o emprego de vários conceitos cuja origem pode ser popular, escolar ou a combinação dessas duas fontes. A frase *Se uma lata de tinta de 3,6 l pinta 50 m*^{2} (Figura 1) contém conceitos (medidas de capacidade e área) dominados intuitivamente e provenientes de vivências, tanto populares como escolares. O conceito de superfície como região a pintar tem o próprio conceito de superfície (uma região plana, nesse caso) associado a uma determinada quantidade de tinta. É a noção física (popular) de cobrir com tinta, equivalente ao conceito de área, de quantas unidades (m^2) cabem na superfície (escolar). A unidade de medida m^2 pareceu bem conhecida dos alunos, visto que a empregaram naturalmente nos cálculos. Provavelmente já é uma noção com significados sobrepostos da escola (sistema métrico) e da experiência de vida (área de cômodos de uma casa, escola) que se reforçam. O mesmo deve ocorrer para o mm, cm e km, mas não para as noções de dm, dam e hm, pouco usadas em aplicações cotidianas. Esse fato, mostra a importância da significação em situações reais, para o aprendizado dos conhecimentos escolares.

Situação semelhante ocorre com a medida de capacidade. O conteúdo de um litro físico de leite, água ou refrigerante é uma noção prática da quantidade de um produto. Referencias concretas como latas de tinta de 3,6 e 18 litros de tinta, assim como os 1000 litros da caixa lá de casa, são incorporadas à experiência de vida e tornam-se referências. Observe-se que a definição 1 l = 1 dm^3 do sistema métrico decimal, não foi cogitada e talvez nem tenha sido lembrada porque não foi necessária para a solução do problema.

O cálculo da quantidade das tintas com aproximações sucessivas mostra que apesar dos alunos conhecerem proporções e saberem resolver regra de três, usaram o método prático, provavelmente porque já o dominavam, como um conhecimento popular: rápido, oral e eficiente. Escrever o problema como regra de três seria mais demorado e precisaria de papel e caneta.

O diálogo do Quadro 3 sugere que os alunos usaram um esquema de proporcionalidade (um modelo aritmético) cuja origem pode ter sido a própria experiência de vida, em problemas de outras áreas, ou da conversa com algum pintor. Os alunos o aceitam como algo lógico e evidente, sem qualquer justificativa, atitude própria do senso comum. O uso da Regra de Três é uma solução que envolve a escrita do problema em linguagem matemática: a proporção, a equação e sua resolução. É uma solução mais genérica do que o esquema prático e que pode ser útil em problemas onde a precisão e a implementação computacional sejam necessárias. Nesse caso, a produção de modelos algébricos poderia suceder o modelo aritmético, no sentido de extrapolar o nível de linguagem atual dos alunos, para níveis mais sofisticados, como o uso de equações e a implementação computacional em planilhas. Essas representações simbólicas das mesmas operações são oportunidades de fazer a transição do conhecimento popular para o escolar.

Nesse contexto, cabe as questões: qual é a função da Escola: ensinar somente o que é prático para determinadas realidades, como a do pintor? Para que serve o conhecimento científico com toda a sua complexidade e rigor metodológico? Primeiro, o saber popular não depende da escola para a sua difusão. Mesmo assim, além de valorizá-lo como cultura, utilizá-lo como ponto de partida para a transição, pode ser uma estratégia didática de significação do conhecimento científico. Segundo, uma formação escolar com conhecimento científico abre mais alternativas profissionais do que a pintura de paredes. Só para ficar no tema, desde a venda, projeto de pintura, produção industrial até a pesquisa de melhorias e criação de novas tintas, existem técnicos em pintura, arquitetos, engenheiros e pesquisadores cuja formação requer conceitos claros, precisos, métodos rigorosos e bem escritos, próprios do conhecimento científico. Nessa perspectiva, o conhecimento científico é o ponto de chegada da educação escolar, porém não de modo formal, fixo e abstrato, mas com conteúdos reais (porque a formalidade do conhecimento é mostrada aos alunos de acordo com as suas condições cognitivas), dinâmicos (porque carregam a criticidade do conhecimento científico) e concreto (porque, mesmo tendo uma formulação escrita e simbólica, está associado aos fenômenos reais) como refere-se Saviani (Saviani, 1999, p.74).

4. Considerações finais

O presente relato documenta e discute fatos ocorridos na experiência de modelagem, nos quais pode-se destacar os seguintes pontos:

1. A importância de analisar o que ocorre em classe, nas experiências de MEM. O caráter empírico pode incentivar adesões à modelagem, pois os leitores/professores podem identificar semelhanças e/ou utilizar ideias com suas práticas; além disso, pesquisas sobre o que ocorre de fato, podem dar uma noção mais precisa das possibilidades e limites da modelagem, como metodologia de ensino de matemática;

2. A simplificação da realidade na modelagem é uma regra óbvia, pois a realidade não é captável, na sua totalidade, pelos modelos. Porém, nos modelos escolares essa questão é mais intensa. Persistir em investigações de questões técnicas sofisticadas, incentivar cálculos de variáveis pouco significativas para o problema proposto (mão de obra, outros tipos de tinta e materiais de pintura, impostos, ... nessa experiência), pode entediar a turma e o professor;

3. A primeira solução do problema de modelagem, com traços de conhecimento popular, tanto na compreensão dos processos da pintura, como na modelagem aritmética, contém conceitos matemáticos, com significados e representações simbólicas (modelo aritmético). A proposição de outros conceitos (tabelas e regra de três) são incrementos que agregam outras representações (algébricos), que levam a soluções mais genéricas. Tal salto conceitual, dificilmente ocorre espontaneamente. Assim como em Veronez e Castro, as intervenções do professor

> [...] diante desse tipo de atividade podem levar os alunos a explicitar, argumentar, alterar e/ou modificar seus modos de pensar e agir ao longo da atividade, bem como podem promover construção/mobilização de conhecimentos matemáticos e não matemáticos. (Veronez e Castro, 2018)

A necessária indução do processo modelagem, considerando o tempo escolar e o nível de experiência dos alunos é parte da função mediadora do professor e, no presente relato, levou ao emprego e ensino do conhecimento científico. A transição entre os saberes tende a não ser uma ação natural dos alunos e precisa ser, então, provocada.

A experiência relatada está em andamento no momento que este artigo está sendo elaborado. A próxima etapa é o processo de transição do modelo aritmético, para o modelo algébrico, com o objetivo de implementá-lo em tabelas eletrônicas. Tais experimentos, assim como a análise dos esquemas de aprendizagem utilizados pelos alunos são objetos de análise de trabalhos futuros.

Referências

Almeida, L.W., Silva, K.P., Vertuan, R.E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2016.

Almeida, L.W. Uma abordagem didático-pedagógica da modelagem matemática. **VIDYA**, v. 42, n. 2, p. 121-145, jul./dez., 2022 - Santa Maria, 2022.

Bassanezi, R.C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: contexto, 2002.

Biembengut, M.S. e Hein, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto. 2002.

Chaves, M.I.A., Santo, A.O.E. Modelagem Matemática: uma concepção e várias possibilidades. **Bolema**, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 30, 2008, pp. 149 a 16.

Prado, A.S., Oliveira, A.M.P.; Barbosa, J.C.. Uma análise sobre a imagem da dimensão interacional da prática pedagógica representada em materiais curriculares educativos. **Educ. Matem. Pesq**., São Paulo, v.16, n.2, pp. 505-535, 2014.

Saviani, D. **Escola e democracia:** teorias da educação, curvatura da vara, onze teses sobre educação e política. 32. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 1999.

Silva, K.A.P. S., Tortola, E. Implicações do conhecimento matemático para o ensino usando modelagem matemática: um olhar para as discussões de professores em formação continuada. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 27, n.1, p 155-185, 2025.

Sodré, G.J.M.; Oliveira, M.L.S. O ciclo investigativo de modelagem matemática: uma transposição didática escolar. **VIDYA**, v. 41, n. 1, p. 35-57, jan. /jun. , 2021 - Santa Maria, 2021.

Veronez, M.R.D., Castro, E.M.V.C. Intervenções do Professor em Atividades de Modelagem Matemática. **Acta Scientiae**. Canoas. v.20, n.3, p.431-450, maio/jun, 2018.

Vos, P., Frejd, P. The modelling cycle as analytic research tool and how it can be enriched beyond the cognitive dimension. **Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**, Feb 2022, Bozen-Bolzano, Italy. hal-03759063.