

RISOTO NO TACHO: Transição de modelos aritméticos para algébricos

Silvano Henrique Santin¹

Pedro Augusto Pereira Borges²

Palavras-chave: Modelos aritméticos e algébricos. Economia e modelagem. Ensino e modelagem.

1. Introdução

A Modelagem na Educação Matemática (MEM) é entendida nesse texto, como uma metodologia de ensino que utiliza a modelagem de situações reais para ensinar matemática. Tais situações podem ser fenômenos das ciências da natureza (física, química, biologia, ...), processos tecnológicos (indústria, agricultura, pecuária, computação, ...), fatos (acidentes de automóveis), processos de produção (projeto, elaboração, fabricação, construção e venda) enfim, situações passíveis de representação matemática, cujos dados estejam disponíveis. A produção de modelos na literatura brasileira é bem variada e acessível, como em Bassanezi (2002); Biembengut e Hein (2002); Almeida, Silva e Vertuan (2016); Pedroso e Borges (2022) dentre outros.

Nas práticas de modelagem em sala de aula³ ou em cursos de formação de professores, os temas econômicos são recorrentes. São exemplos, a estimativa de custos, receitas e lucros da produção de pães, cucas, bolos, pizza, hambúrguer, cachaça, vinho, criação de animais, custo de construções e pequenos móveis, dentre outros. Observa-se nessas práticas, a possibilidade de gerar modelos em diferentes níveis de linguagem, desde os modelos numéricos (que resolvem apenas casos específicos), modelos algébricos (que resolvem uma variedade de casos usando a Álgebra básica do Ensino Fundamental) até os modelos matriciais (que são modelos algébricos escritos em linguagem matricial). Em Borges (2010) essas representações simbólicas são detalhadas. Ao menos duas justificativas podem ser formuladas para a recorrência da escolha de temas de economia: a disponibilidade de dados, visto que os temas fazem parte do cotidiano das pessoas, seja por experiência própria, dos pais ou amigos; e a curiosidade dos jovens estudantes, trabalhadores, produtores ou futuros empresários em saber se um empreendimento é promissor.

O presente trabalho situa-se nesse contexto e tem como objetivo descrever uma experiência pedagógica no Ensino Fundamental, sobre a solução de um problema econômico, identificar as oportunidades de aprendizagem de conceitos matemáticos e o desenvolvimento de noções de economia.

A segunda seção apresenta alguns posicionamentos da literatura sobre a importância de trabalhar questões de economia na escola. Um relato da experiência de modelagem do risoto no tacho é detalhado na terceira seção. Nas considerações finais são elencados os conceitos de Matemática e economia envolvidos na atividade.

¹ E.E.B. Cândido Ramos. Especialista. Email: shsantin@gmail.com

² UFFS – *Campus* Chapecó. Doutor. Email: pedro.borges@uffs.edu.br

³ O segundo autor, tem empregado a MEM em disciplinas específicas de Matemática de cursos Engenharia, Computação e Agronomia e particularmente na Licenciatura em Matemática.

2. A economia como objeto para a modelagem na educação matemática

Os adolescentes filhos de agricultores e comerciantes estão familiarizados com as atividades econômicas de seus pais e dessa vivência adquirem noções, conceitos e procedimentos de atividades econômicas cuja origem, em regra, é o senso comum. De alguma forma, os estudantes sabem o significado do preço, da venda e do lucro. Associada a esse conhecimento, está a perspectiva de tornar-se adulto e adquirir sua independência econômica, seja como funcionário de alguma empresa ou como empreendedor. A Escola Básica pode contribuir com esse projeto? A BNCC parece dizer que sim. A competência geral número 6 da BNCC, para o Ensino Fundamental, enfatiza que a escola deve

Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade. (BRASIL, p. 9)

Com relação à formação em economia e estudos multidisciplinares, recomenda o

[...] estudo de conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos. Assim, podem ser discutidos assuntos como taxas de juros, inflação, aplicações financeiras (rentabilidade e liquidez de um investimento) e impostos. Essa unidade temática favorece um estudo interdisciplinar envolvendo as dimensões culturais, sociais, políticas e psicológicas, além da econômica, sobre as questões do consumo, trabalho e dinheiro. (BRASIL, p. 269)

Para o Ensino Médio, as aprendizagens do Ensino Fundamental devem ser complementadas em “[...] uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos”. Além disso, destaca os impactos dos avanços tecnológicos sobre as vivências cotidianas dos estudantes e as exigências do mercado do trabalho. (BRASIL, p. 528).

A função da Escola Básica na formação econômica dos estudantes, também é reconhecida por Hofmann e Moro.

A familiaridade com noções como propriedade, valor, preço e juros, por exemplo, e a capacidade de leitura e interpretação de documentos financeiros são exemplos de elementos que fazem parte da educação financeira da população, seja de forma institucionalizada, em ambientes de ensino como a escola, seja informalmente, mediante processos sociais e familiares de introdução à lógica econômico-financeira. (Hofmann e Moro, 2012)

A MEM pode contribuir no processo de investigação dos fenômenos econômicos, quando empregada nas aulas de Matemática, uma vez que muitos conceitos escolares são utilizados na modelagem daqueles fenômenos. Assim, entende-se que ao modelar, não se está treinando empreendedores para o mercado, ou ensinando como iniciar um negócio (isso seria mais próprio da educação profissionalizante), mas sim, oportunizando a com-

preensão de elementos de economia e significando o conhecimento matemático, com temas fundamentais para uma vida ativa e apoiada em conhecimento científico, na sociedade atual.

3. Descrição da experiência de modelagem

A experiência de modelagem teve início em um Curso de Formação de Professores da região de Chapecó, SC, em que os participantes foram convidados a realizar uma atividade de MEM em suas classes escolares. O convite foi aceito pelo primeiro autor deste trabalho (professor de Matemática). A turma escolhida foi o nono ano, com quatro aulas de matemática por semana, 35 alunos, de uma escola estadual do interior de Santa Catarina. São estudantes rurais e urbanos, que ajudam nos afazeres de casa, apresentam um desenvolvimento satisfatório na aprendizagem, têm frequência nas aulas, são ativos, aceitam desafios, participam das atividades propostas e apresentam conhecimento razoável dos conceitos matemáticos previstos na experiência de modelagem.

É tradição na escola, o envolvimento dos nonos anos em promoções para custear uma viagem de fim de ano. A escolha desse ano foi a produção de um risoto de frango, preparado no tacho, com fogo a lenha. O risoto no tacho. A comunidade responde bem a esse tipo de empreendimento, por entender que, além de estudar, os alunos estão viabilizando seus projetos e aprendendo coisas úteis para a vida em sociedade.

Ciente desse quadro, o professor propôs à turma, uma investigação matemática: Quantas porções de risoto serão necessárias para que possamos ter lucro? E quantas unidades iremos vender no mínimo?⁴

Um plano inicial começou a ser elaborado pelos alunos e o professor: Iremos pesquisar as quantidades de mantimentos que irão compor a comida, o rendimento e os investimentos necessários para efetivar a realização do evento com resultados positivos.

As quantidades dos ingredientes (mantimentos que irão compor a comida) e insumos (lenha e marmitta) foram obtidas via conversa com um cozinheiro da comunidade e são mostradas na segunda coluna da Figura 1, acompanhadas das respectivas unidades de medidas. Os preços unitários foram pesquisados nos mercados da cidade e estão dispostos na terceira coluna da mesma figura. Com essas informações, foram obtidos os custos parciais para cada item (quarta coluna) e a soma desses (custo da receita), foi anotada na última linha. É bom observar que esse dado é o custo específico, apenas de uma receita.

O rendimento - número de marmittas por receita - corresponde ao número de vasilhame, na Figura 1, estipulado em 100, que é a meta inicial pretendida (Figura 2).

A tabela da Figura 1 é muito semelhante a uma tabela de orçamento, elaborada naturalmente pelos alunos. Os preços da terceira coluna (valor unitário) devem ser de fato unitários, para que o produto dos elementos de cada linha da segunda e terceira colunas, seja o custo total do respectivo ingrediente (quarta coluna). Por esse motivo, há um equívoco na linha do ingrediente colorau. Para que as unidades de medidas fiquem bem

⁴ Os textos em letra arial são transcrições de expressões escritas no plano de trabalho ou faladas pelos alunos e relatadas pelo professor.

evidentes recomenda-se inserir mais uma coluna, para especificar as unidades de medida de cada ingrediente.

Figura 1 – Mantimentos e insumos.

Item	Quantidade	valor unitario	total
ARROZ PC 5 KG	4 UN	25,00	100,00
tomate	10 KG	8,00	80,00
Extrato de tomate	8 PC+	2,00	16,00
Cebola	3 KG	3,79	11,37
Alho	150 G	0,04	6,00
tempero verde	3 MASSO	2,99	8,97
banha	Balde	39,90	39,90
coxal/sobre coxa	40 KG	12,00	480,00
lenha	1/2 m ³	100,00	100,00
vasilhame	100	0,40	40,00
Sal	3 KG	4,49	13,47
COLORAU	1/2 KG	9,68	9,68
caldo de galinha	1 caixa	5,99	5,99
gasto total = 911,38			gasto no risoto

Fonte: Anotações dos alunos.

Figura 2 – Plano de trabalho

META = vender 100 Unidades
(Um recipiente/vasilhame p/ duas pessoas)

PREÇO R\$ 25,00 → VENDA

→ $100 \times 25 \rightarrow R\$ 2500,00$

LUCRO = VENDA - custo → Lucro: $2500 - 911,38$
L: 1588,62

→ Quanto unidades devemos vender para
cobrir os custos?

→ O custo representa quanto por cento do vendas?

→ Quanto custa uma pessoa?

→ Quanto por cento é o lucro?

Fonte: Elaborado pelos alunos.

O preço de venda foi determinado em função do mercado de alimentação da cidade, cujo preço médio do almoço para uma pessoa está próximo de 35 reais. Considerando que cada marmita tem risoto suficiente para o almoço de duas pessoas, cada pessoa pode almoçar o risoto com 12,5 reais. Evidentemente, um almoço de restaurante tem mais opções de salada e outros alimentos. Mesmo assim o preço da marmita de risoto a 25 reais é bem competitivo. Com esse dado, foi possível calcular a arrecadação (receita bruta) dessa meta: 2500 reais. O lucro pode ser calculado (como pode-se ver na Figura 2) apenas subtraindo os custos da receita bruta, obtendo-se 1588,62 reais.

Esse procedimento (Modelo 1) só é correto se o rendimento de uma receita é, de fato, igual à meta. É intuitivo perceber que se a meta for 200 marmitas, basta executar duas receitas. Se fosse 300 ... três receitas... e assim por diante. Porém, para 150 marmitas? E para 160 marmitas? Tal questionamento leva a um modelo mais geral, o

Modelo 2.

Se uma receita produz 100 marmitas, nr receitas produzirão a meta de marmitas. Escrevendo na forma de uma regra de três, tem-se a Equação (1):

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Receitas} & & \text{n}^\circ \text{ marmitas} \\
 1 & \rightarrow & 100 \\
 nr & \rightarrow & \text{Meta}
 \end{array} \quad (1)$$

Resolvendo a Equação (1) para nr , obtém-se o número de receitas para qualquer meta, na Equação (2).

$$nr = \frac{\text{Meta}}{100} = \frac{M}{r} \quad (2)$$

onde M é a meta (marmitas), nr é o número de receitas para a meta M e r o rendimento (marmitas/receita).

Com nr conhecido, as quantidades necessárias para a meta M são obtidas multiplicando-se os elementos da coluna 2 da Figura 1 por nr . Consequentemente, o custo da receita será também multiplicado por nr , conforme a Equação (3).

$$D = nr \cdot Cr \quad (3)$$

onde D é o custo para nr receitas (reais).

A receita bruta é o produto do número de marmitas vendidas pelo preço de venda, conforme a Equação (4).

$$RB = nv \cdot PV \quad (4)$$

onde RB é a receita bruta (reais), nv é o número de marmitas vendidas e PV é o preço de venda de uma marmita (reais).

O lucro do empreendimento é a diferença entre a receita bruta e as despesas, conforme a Equação (5).

$$L = RB - D, \text{ onde } L \text{ é o lucro (reais)}. \quad (5)$$

A questão: Quantas unidades devemos vender para cobrir os custos? (ver Figura 2) pode ser resolvida, considerando os custos da produção (Equação (3)) iguais à receita bruta (Equação 4), obtém-se a Equação (6).

$$nr \cdot Cr = nv \cdot PV. \quad (6)$$

Resolvendo a Equação (6) para nv , tem-se a Equação (7).

$$nv = \frac{nr \cdot Cr}{PV} \quad (7)$$

que é o número de marmitas a serem vendidas, apenas para cobrir os custos.

O percentual de lucro é obtido comparando o lucro L (Equação 5) ao capital investido D (Equação 3) e pode ser obtido através de uma regra de três, Equação (8).

Grandezas	Percentual	
D	\rightarrow	100
L	\rightarrow	pL

(8)

Assim, o percentual de lucro é obtido com a Equação (9).

$$pL = \frac{100 \cdot L}{D} \quad (9)$$

As respostas a todas as questões do planejamento foram desenvolvidas utilizando os Modelos 1 e 2. O primeiro é uma formulação mais aritmética, porque expressa as variáveis e parâmetros do problema, apenas com números, limitando a solução a casos particulares. Nesse, as operações e os conceitos envolvidos são bem evidentes e intuitivos. Dizer que a receita bruta deve ser o produto do número de marmitas vendidas pelo preço de venda não necessita de comprovação. É uma proposição evidente pelo senso comum. Defini-la como a frase acima e escrevê-la como a Equação (4) já tem a linguagem científica, simbólica que é o campo da Matemática.

Um desafio didático que se coloca no ensino com modelagem é a transição entre os Modelos 1 e 2. Uma alternativa é entender o modelo algébrico como uma tradução do modelo aritmético, usando linguagem simbólica.

4. Considerações finais

Do relato da atividade de modelagem pode-se verificar que foram criadas oportunidades de aprendizagem para vários conceitos matemáticos. Cada linha da tabela de custos envolve o conceito de proporção. O conceito de rendimento é uma razão, cujo significado no problema é fundamental para todas as projeções executadas. O cálculo de custos para metas diferentes, levou à regra de três e à elaboração de uma equação de primeiro grau. O mesmo ocorreu para a despesa total, a receita bruta e o lucro, para a solução da questão: Quantas unidades devemos vender para termos lucro? e para o cálculo do percentual de lucro. Enfim, a modelagem possibilitou “[...] o envolvimento dos alunos ao trabalhar conceitos matemáticos presentes em situações reais e contextualizadas” (Ceron, Koga e Borssoi, 2019).

As noções de economia popular foram, de algum modo, influenciadas com a linguagem da ciência economia: o planejamento do negócio (empreendimento), na medida que foi escrito e calculado passo a passo, acrescentou mais precisão ao planejamento mental, comum nas atividades do cotidiano. Algumas expressões populares se modificaram ao longo da atividade: quanto vai custar? virou custos de produção ou despesas; ingredientes foram separados em ingredientes e insumos; ganhos com a venda virou receita bruta. Com relação à estratégia de venda, foram discutidas questões como o tipo de embalagem, o dia e horário da venda (sábado ou domingo?), distribuição de fichas entre os alunos e o plano de entrega das marmitas.

Em resumo, quando a escola, mesmo partindo do senso comum - como nessa atividade - o transcende, está cumprindo sua função de socializar o conhecimento científico, como um patrimônio da humanidade, base para a inserção dos cidadãos no mundo moderno, de modo semelhante, como proposto na BNCC:

[...] novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos. Para que esses propósitos se concretizem nessa área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto, eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados. (BRASIL, P. 529)

A experiência relatada está em andamento no momento que este artigo está sendo elaborado. A próxima etapa é a validação (resultados da produção e venda do risoto) e a implementação do modelo algébrico em tabelas eletrônicas. Tais experimentos, assim como a análise dos esquemas de aprendizagem são objetos de trabalhos futuros.

5. Referências

- Almeida, L.W., Silva, K.P., Vertuan, R.E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2016.
- Bassanezi, R.C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: contexto, 2002.
- Biembengut, M.S. e Hein, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto. 2002.
- Borges, P.A.P. Modelos em diferentes linguagens sobre análise de custos e lucros. **Revista de Modelagem na Educação Matemática**. Blumenau, SC: FURB. v. 1, p. 53-64, 2010.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular (BNCC).
- Ceron, C G.S., Koga, T.M. Borssoi, A.H., Silva, K.A.P. Bolachas de casca de laranja: uma atividade de modelagem matemática empreendedorismo sustentável. **Ensino e Tecnologia em Revista**. Londrina, v. 3, n. 1, p. 21-36, jan./jun. 2019.
- Hofmann, R.M. e Moro, M.L.F. Educação matemática e educação financeira: perspectivas para a ENEF. **Zetetiké**. FE/Unicamp. v. 20, n. 38 – jul/dez 2012.
- Pedroso, C.A., Borges, P.A.P. **Experiências de modelagem no ensino de matemática**. Erechim, RS: EdiFAPES, 2022.