OS TEOREMAS DE INCOMPLETUDE DE GÖDEL E A CONJECTURA DE GOLDBACH

Carlos Daniel Chaves Paiva[1]

Francisco Odecio Sales[2]

Palavras-chave: Teoremas de incompletude. Conjectura de Goldbach. Consistência.

1. Introdução

A partir do início do século XX, os matemáticos começaram a questionar se algumas ideias na Matemática que, até então eram tidas como verdades absolutas, deveriam ser realmente tratadas assim, temendo que a algumas destas ideias talvez não tenha sido dado o tratamento adequado. Com isso, a comunidade matemática começa a sentir a necessidade de "reconstruir" toda a Matemática para que esta fique livre de toda e qualquer contradição. Esse sentimento foi intensificado com a realização do Segundo Congresso Internacional de Matemática em 8 de agosto de 1900, em Paris, no qual o prestigiado matemático alemão David Hilbert propôs 23 problemas que seriam fundamentais para livrar a Matemática de eventuais dúvidas ou inconsistências. Nas duas décadas seguintes os matemáticos trabalharam arduamente para que esse objetivo fosse alcançado. No entanto, no início da década de 1930, as bases fundacionais da Matemática foram fortemente abaladas quando o jovem matemático lógico austríaco Kurt Gödel publicou um artigo contendo dois resultados que, posteriormente, seriam conhecidos como os teoremas de incompletude, os quais frustraram o audacioso objetivo de Hilbert.

Dessa forma, o trabalho de Gödel nos desperta várias reflexões, e a mais interessante talvez seja a hipótese de os matemáticos estarem presos a problemas que para os quais a possibilidade de inexistência de uma prova deva ser realmente considerada. Nesse sentido, o nosso principal objetivo é utilizar os teoremas de Gödel para analisar e esclarecer alguns aspectos importantes que cercam um antigo problema não solucionado da Matemática, a conjectura de Christian Goldbach. Objetivamos também inspirar outros estudiosos (não só matemáticos) a escreverem sobre a temática em questão, já que a nossa literatura parece carecer disso. Além disso, desejamos contribuir no esclarecimento de dúvidas daqueles que já tiverem algum contato com o assunto, bem como de deixar novos leitores familiarizados com tais conceitos.

Consideramos a realização de um trabalho com esta temática importante por conta principalmente de três pontos: o primeiro, é o fato de que existe, pelo menos na nossa

1 Licenciando em Matemática. Instituto Federal do Ceará. *Campus* Crateús. carlos.daniel.chaves06@aluno.ifce.edu.br

2 Doutorando em Educação. Instituto Federal do Ceará. *Campus* Itapipoca. odecio.sales@ifce.edu.br.

literatura, poucos trabalhos sobre tais assuntos; depois, porque são temas, especialmente os teoremas de Gödel, que levantam muitos questionamentos em quem busca entendê-los, o que finda gerando, infelizmente, interpretações e conclusões completamente equivocadas; por fim, porque é algo, no caso da incompletude, que se estende a outras áreas do conhecimento.

2. Metodologia

Para que os objetivos citados anteriormente sejam alcançados, faremos o estudo de algumas monografias, dissertações e teses que abordem o assunto, bem como de alguns livros (a maioria em língua estrangeira).

3. Resultados e discussões

Até o momento, buscamos, a princípio, entender o contexto histórico em que se dá o surgimento da conjectura de Goldbach. Após isso, foi montada uma espécie de linha do tempo com os principais resultados (a partir de 1919) alcançados até hoje no que diz respeito a tentativas de prova da conjectura, com ênfase para os trabalhos do matemático russo Ivan Vinogradov, do matemático chinês Chen Jingrun e, mais recentemente, do matemático peruano Harald Helfgott, que provou ser verdadeira a conjectura fraca de Goldbach.

Partindo para os teoremas de Gödel, definimos, inicialmente, algumas expressões que são fundamentais para o entendimento deles, tais como "sistema formal", "completude" e "consistência". Como destaca Nagel e Newman (2009), a prova de tais teoremas é bastante complexa, e por conta disso focamos apenas nos principais argumentos de Gödel. Diferentemente do que muitos pensam, os teoremas de Gödel não são aplicáveis a qualquer situação. Para que possam ser aplicáveis, então, o sistema deve ser formal, consistente, recursivamente axiomático e capaz de expressar a Aritmética básica.

4. Considerações finais

A fim de realizar o nosso principal objetivo, ou seja, tentar entender toda a complexidade da conjectura sob a perspectiva dos teoremas, uma de nossas ideias é, pelo menos inicialmente, fazer o estudo de alguns teoremas já provados indecidíveis na Aritmética de Peano (nos limitaremos a ela porque é a que está mais próxima da realidade prática de grande parte dos matemáticos), com a finalidade de entender como a incompletude de Gödel foi aplicada. Esperamos ao fazer isso encontrar mais argumentos que sustentem uma eventual conclusão futura nossa de o porquê de esta conjectura continuar sem uma prova aceita pela comunidade matemática. Argumentos filosóficos de alguma forma também poderão surgir aqui.

5. Referências

NAGEL, Ernest; NEWMAN, James R. A Prova de Gödel. 2. ed. São Paulo: Perspectiva, 2009. 101 p.