DESENVOLVIMENTO DO CÁLCULO FRACIONÁRIO:
De Leibniz a atualidade

Mateus Henrique Zeiser[1]

Paulo Rafael Bosing[2]

Palavras-chave: Calculo Fracionário. Integral fracionária. Derivada fracionária. Aplicações.

1. Introdução

O Cálculo Fracionário (CF) tem sua origem em uma troca de correspondências entre Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) e Guillaume François Antoine, Marquês de l'Hôpital (1661-1704). Nas cartas, Leibniz elaborou uma questão em que ele apresenta uma possível generalização para a derivada de ordem arbitrária, l'Hôpital o questiona pedindo como essa formulação poderia ser escrita para o caso de uma derivada de meia ordem, o que acabou dando origem a nomenclatura do CF (CAMARGO; OLIVEIRA, 2015).

Esse trabalho tem o objetivo de apresentar alguns fatos históricos sobre o CF e sua aplicabilidade. Tendo os recentes avanços (em termos de aplicações) e a pouca difusão do tema como principal motivação.

1. Metodologia

Para realizar a revisão histórica foram usados alguns livros como base, principalmente o livro de Olham e Spanier (1974) e o de Camargo e Oliveira (2018). Ambos possuem uma boa cronologia histórica e são vistos como referências no estudo do CF, o de Olham e Spanier por ser o primeiro livro sobre o tema no mundo, e o de Camargo e Oliveira por ser o primeiro livro na área no Brasil.

2. Principais definições e as aplicações modernas do CF

Atualmente uma das definições de integral fracionária mais aceita é a de Riemann-Lioville, que é uma unificação feita em 1880, da derivada fracionária de Lioville com a integral fracionária de Lioville. Está definição é dada na equação 1 (CAMARGO; OLIVEIRA, 2015):

1 Acadêmico do curso de Matemática – Licenciatura. Universidade Federal da Fronteira Sul, campus Chapecó. Email: mateushenriquezeiser@outlook.com

2 Doutor, Universidade Federal da Fronteira Sul, campus Chapecó. Email: paulo.bosing@uffs.edu.br

$$\left(I_x^\alpha f\right)(x)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_c^x (t-x)^{\alpha-1} f(t)\,dt \tag{1}$$

Em que I^α é um operador, com $\alpha \in \mathbb{C}$ e $f(x)$ é uma função complexa de variável complexa. Quando $c=0$ tem-se a definição de Riemann para integral fracionária, e quando $c=-\infty$ tem-se a definição de Lioville para a derivada fracionária (CAMARGO; OLIVEIRA, 2015).

A definição de derivada fracionária de Michele Caputo de 1969, que atualmente é uma das mais empregadas e responsável por grandes avanços na área, é dada na equação 2 (CAMARGO; OLIVEIRA, 2015):

$$D_*^\beta f(x)=I_x^\nu\left[D^n f(x)\right] \tag{2}$$

Sendo $\beta \in \mathbb{C}$ tal que n é o menor inteiro maior que $\Re(\beta)>0$, $\nu=n-\beta$, o que implica que $0<\Re(\nu)\leqslant 1$. Aqui, $x>0$ e I_x^ν é a integral de Riemann-Lioville de ordem ν avaliada em x, com c constante (CAMARGO, OLIVEIRA, 2015).

3. Considerações finais

Desde os anos 90 o CF vem se popularizando em consequência da sua grande gama de aplicações. Como exemplo, o CF pode ser aplicado a modelos de transporte de umidade, aumentando a precisão da resolução do problema em comparação ao resolvido com o cálculo tradicional (BOHAIENKO; *et al*, 2021). Também pode ser utilizado na resolução da equação da difusão no espaço-tempo, derivando a função de Green em ordem fracionária (HUANG; LIU, 2015).

4. Referências

BOHAIENKO, V. *et al.* Identification of fractional water transport model with ψ-Caputo derivatives using particle swarm optimization algorithm. **Applied Mathematics and Computation.** v. 390, set. 2021. Disponível em: [EconPapers: Identification of fractional water transport model with ψ-Caputo derivatives using particle swarm optimization algorithm (repec.org)](). Acesso em: 08 set. 2022.

CAMARGO, R. F.; OLIVEIRA, E. C.. **Cálculo Fracionário.** São Paulo: Livraria da Física, 2015.

HUANG, F.; LIU, F. The space-time fractional diffusion equation with Caputo derivatives. **Applied Mathematics and Computation.** v. 19, n. 1, p. 179-190, mar. 2005. Disponível em: The space-time fractional diffusion equation with Caputo derivatives | SpringerLink. Acesso em: 08 set. 2022.

OLDHAM, K. B; SPANIER, J.; **The Fractional Calculus. Mathematics in Science and Engineering**. Nova Iorque: Academic Press, 1974. v. 111.