

DETERMINAÇÃO DO COMPRIMENTO DO TRECHO DE UM RIO

FERNANDO AUGUSTO BRANCHER (APRESENTADOR)^{1,2*}, PEDRO AUGUSTO PEREIRA BORGES^{1,2}

¹Universidade Federal da Fronteira Sul, *campus* Chapecó; ²Membro do Grupo de Pesquisa em Matemática Aplicada e Computacional (GPMAC) da Universidade Federal da Fronteira Sul

*Autor para correspondência: Fernando Augusto Brancher (fernando.brancher@hotmail.com)

1 Introdução

A determinação da capacidade de depuração de recursos hídricos é um tema da área de Engenharia Ambiental, de grande utilidade para avaliação do dano ecológico do tratamento de esgotos. O modelo matemático de Streeter-Phelps descreve as variações da concentração de oxigênio ao longo de um rio, utilizado como destino de esgotos (VON SPERLING, 2007). O comprimento do trecho do rio é uma das informações necessárias para executar o modelo. Quando se dispõe de equipamento topográfico, como uma estação total, basta instalá-la ao longo da margem e obter as coordenadas de vários pontos da margem. No entanto, quando se dispõe apenas de um teodolito, deve-se desenvolver um modelo geométrico, para determinar aquelas coordenadas. O presente trabalho apresenta um método para calcular o comprimento de um trecho do Rio da Divisa que passa no *campus* Chapecó da Universidade Federal da Fronteira Sul, o qual consiste em determinar as coordenadas de vários pontos da margem do rio, a partir de medidas feitas com o auxílio de teodolito e trena, e na sequência calcular as distâncias entre aqueles pontos utilizando métodos da Geometria Analítica.

2 Metodologia

O método utilizado para determinar o comprimento do trecho consiste em determinar as coordenadas dos pontos da margem e adicionar as distâncias entre esses pontos, de acordo com os seguintes passos:

1º) Passo: Escolher pontos P_i , com $i = 1, 2, 3, \dots, n$, (n é o número de pontos) característicos da margem, cuja direção entre cada dois pontos seja aproximadamente linear;

2º) Passo: Escolher pontos T_j , com $j=1, 2, 3, \dots, m$ (m é o número de pontos) fora da margem para instalar o teodolito, de modo que destes seja possível visualizar os pontos P_i ,

conforme ilustra a Figura 1.

3º) Passo: medir as distâncias entre $T_j P_i$, onde de cada T_j seja possível visualizar um número máximo de pontos P_i ; medir as distâncias $T_j T_{j+1}$; medir o azimute de T_1 ; medir os ângulos α_{ji} e os ângulos $\alpha_{j,j+1}$.

4º) Passo: Determinar um sistema de eixos coordenados. O eixo Y foi orientado na direção Norte e o eixo X, o eixo perpendicular a Y, passando em T_j . Com isso, a origem do plano cartesiano é o próprio T_1 . Para determinar as coordenadas dos pontos T_j , com $j=1,2,3,\dots,m$, foi utilizado o seguinte algoritmo:

Como T_1 é a origem do plano cartesiano, então $Tx_1 = 0$ e $Ty_1 = 0$.

Para os demais pontos T_j :

Se $0 < az_j < 90^\circ$ então

$$Tx_j = -\text{sen}(az(j)) \cdot T_{j-1}T_j + Tx(j-1) \quad (1)$$

$$Ty_j = \text{cos}(az(j)) \cdot T_{j-1}T_j + Ty(j-1) \quad (2)$$

Se $90 < az_j < 180^\circ$ então

$$Tx_j = -\text{cos}(az(j) - 90) \cdot T_{j-1}T_j + Tx(j-1) \quad (3)$$

$$Ty_j = -\text{sen}(az(j) - 90) \cdot T_{j-1}T_j + Ty(j-1) \quad (4)$$

onde: az_j é o azimute relativo a cada ponto T_j ; $T_{j-1}T_j$: é a distâncias entre as tomadas; Tx_j : é a coordenada em x do ponto T_j ; Ty_j : é a coordenada em y do ponto T_j .

Os azimutes nos pontos T_j , podem ser medidos ou então calculados (com exceção de $az(1)$, que deve ser sempre medido). Para encontrar os valores dos azimutes relativos aos demais pontos T_j , pode ser utilizada a Equação (5).

$$az_j = az_{j-1} + \gamma_j + \sum_{i=t_c(j)}^{t_f(j)-1} \alpha_{i,i+1} + aT_j \quad (5)$$

Onde γ_j : é o ângulo entre T_{j-1} e o primeiro ponto de T_j ; $t_c(j)$: é o primeiro ponto em T_j ; $t_f(j)$: é o último ponto em T_j ; $\alpha_{i,i+1}$: é o ângulo entre os pontos P_i e P_{i+1} ; aT_j : é o ângulo entre T_j e o primeiro ponto de T_j ;

5º) Passo: Calcular as coordenadas de cada P_i . Para determinar as coordenadas do pontos P_i , foram utilizadas as seguintes equações:

$$\text{Para } i = 1, Px_1 = \text{sen}(az_1) \cdot d_1 \quad \text{e} \quad Py_1 = -\text{cos}(az_1) \cdot d_1$$

Onde az_1 é o valor do azimute em T_1 e d_1 : é a distância entre T_1 e P_1 .

Para $i = 1$ até n :

Se $0 < c < 90^\circ$ então $Px_i = \cos(90 - c_i) d_i + Tx_j$ e $Py_i = -\text{sen}(90 - c_i) d_i + Ty_j$

Se $90 < c < 180$ então $Px_i = \cos(c_i - 90) d_i + Tx_j$ e $Py_i = \text{sen}(c_i - 90) d_i + Ty_j$

Se $180^\circ < c < 270^\circ$ então $Px_i = -\cos(270 - c_i) d_i + Tx_j$ e $Py_i = \text{sen}(270 - c_i) d_i + Ty_j$

Se $270 < c < 360$ então $Px_i = -\cos(c_i - 270) d_i + Tx_j$ e $Py_i = -\text{sen}(c_i - 270) d_i + Ty_j$

Onde n : total de pontos da margem do rio; i : é o ponto a ser calculado (ex: $P(3), P(4) \dots$) j : é o T ao qual o ponto está relacionado; Px_i : é a coordenada em x do ponto P_i ; Py_i : é a coordenada em y do ponto P_i ;

$$c_i = az_j + \gamma_j + \sum_{i=t_c(j)}^{i-1} \alpha_{i,i+1}; \quad (6)$$

az_j é o azimute relativo a cada ponto T_j ; γ_j : é o ângulo entre T_{j-1} e o primeiro ponto de T_j ;

$t_c(j)$: é o primeiro ponto em T_j ; d_i : é a distância de T_j ao pontos P_i ; Tx_j : é o valor da coordenada de T_j em x ; Ty_j : é o valor da coordenada de T_j em y .

6º) Passo: Calcular e somar as distâncias entre P_i e P_{i+1} , para $i = 1, 2, 3, \dots, n-1$, de acordo com Steinbruch e Winterle (1987), como mostra a Equação (7):

$$L = \sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{(Px_{i+1} - Px_i)^2 + (Py_{i+1} - Py_i)^2} \quad (7)$$

3 Resultados e Discussão

Foi desenvolvido um programa computacional no *software* Scilab, para executar o algoritmo descrito acima, para um caso geral, o qual pode ser aplicado a uma situação qualquer com diferentes números de pontos P_i , como também para situações distintas dos pontos T_j . O programa foi testado para diferentes distribuição de pontos e apresentou as mesmas coordenadas dos pontos P_i , calculadas ponto a ponto. Os dados de entrada são o azimute de T_1 , os ângulos α_{ji} , os ângulos $\alpha_{j,j+1}$, as distâncias d_{ji} e $T_j T_{j+1}$ e as saídas são as coordenadas dos pontos P_i , a soma da distância entre os pontos, que correspondem ao comprimento do trecho do rio e o gráfico com os pontos P_i e T_j , como ilustra a Figura 2.

Para testar os resultados fornecidos pelo programa, foi realizada uma medição direta no desenho do rio, utilizando escala 1:1000. Para a distribuição de pontos apresentada nas Figuras

1 e 2, o programa apresentou como resultado a medida de 305,48 m para o trecho do rio, enquanto pela medida direta no papel foi encontrado o comprimento de 299,50 metros para este trecho. Com isso, o programa apresentou uma diferença total de aproximadamente 6 metros, equivalente a cerca de 2% da medida em escala, provavelmente por problemas de medição dos ângulos, realizada com transferidor.

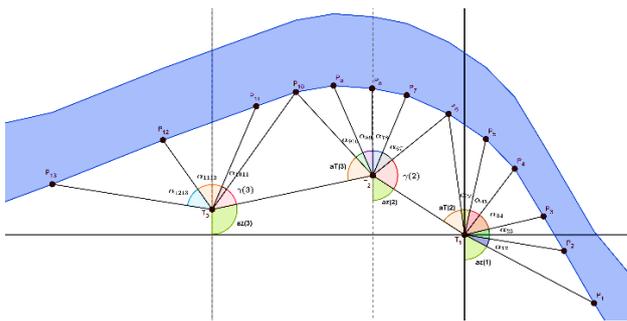


Figura 1. Esquema do Problema.

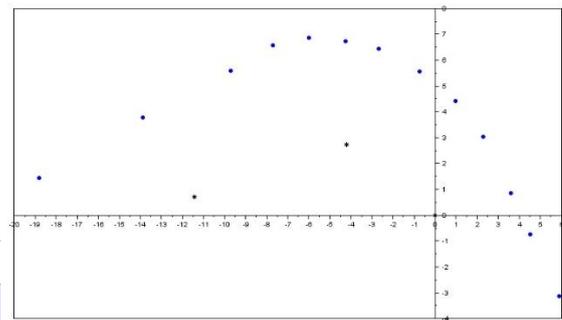


Figura 2. Pontos calculados pelo programa no Scilab.

4 Conclusão

O programa desenvolvido no software Scilab apresentou resultados precisos nos testes com desenhos, tendo em vista a diferença percentual de 2% e que o gráfico gerado praticamente coincide com o desenho em escala. Além disto, um ponto interessante do algoritmo é sua aplicabilidade, já que foi desenvolvido para casos gerais e não para um caso específico. Assim, independente de como seja a distribuição dos pontos da margem de um rio e da localização do teodolito, tendo as informações necessárias, o programa é capaz de calcular o comprimento deste trecho de rio.

Referências

VON SPERLING, Marcos. **Estudos e modelagem da qualidade da água de rios**. Belo Horizonte: Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental; Universidade Federal de Minas Gerais, 2007. 588 p. (Princípios do tratamento biológico de águas residuárias, v.7)

STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. **Geometria Analítica**. São Paulo: Pearson Makron Books, 1987.

Palavras-chave: comprimento trecho do rio; matemática aplicada; matemática e topografia.

Fonte de Financiamento

UFFS - FAPESC