

## ANÁLISE DO COEFICIENTE DE REAERAÇÃO DO RIO LAJEADO DA DIVISA

ACACIO NECKEL<sup>1,2\*</sup>, VITOR JOSÉ PETRY<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal da Fronteira Sul, *campus* Chapecó; <sup>2</sup>Matemática Aplicada e Computacional;

\*Autor para correspondência: Acacio Neckel (acacio.neckel@gmail.com)

### 1 Introdução

A água é um dos elementos essenciais para o desenvolvimento da vida no planeta, de forma que devemos sempre primar pela sua preservação. Porém, há inúmeras fontes poluidoras desse importante recurso natural, como esgotos, agrotóxicos, entre outros, atingindo rios, lagos, reservatórios.

O presente trabalho tem como objetivo, divulgar parte da pesquisa que está sendo desenvolvida na Universidade Federal Fronteira Sul (UFFS) como parte do projeto “Modelagem Matemática de Problemas de Dispersão de Poluentes”.

O objetivo da pesquisa consiste em estudar a capacidade de autodepuração dos rios. Um dos fatores a serem considerados neste processo é a concentração de oxigênio de um rio. No presente estudo, utiliza-se o modelo de Streeter-Phelps para descrever a concentração de oxigênio na água. Com este modelo, pretende-se estimar a capacidade (tempo e/ou distância a partir do local de contaminação) que um rio consegue se recuperar após a entrada de um efluente poluído.

### 2 Objetivo

Com a presente pesquisa, objetiva-se determinar o coeficiente de reaeração ( $k_2$ ), parâmetro que serve como referência para indicar a capacidade de autodepuração do rio, quando este recebe um efluente poluído. O estudo está sendo realizado no Rio Lageado da Divisa, localizado no município de Chapecó, Santa Catarina. Este rio é a marca de divisa entre os municípios de Chapecó e Guatambu e também serve como limite do terreno da Universidade

Federal Fronteira Sul, *campus* Chapecó.

### 3 Metodologia

Para encontrar o valor de  $k_2$ , será utilizado o modelo de autodepuração de Streeter-Phelps, desenvolvido por pesquisadores americanos em 1925 no rio Ohio. A descrição deste modelo encontra-se em Sperling (2007) e consiste nas seguintes equações:

$$(01) \quad \begin{cases} L' = -k_1 L \\ D' = k_1 L - k_2 D \end{cases}$$

onde  $L$  representa a concentração da Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO) da matéria orgânica,  $k_1$  coeficiente de desoxigenação,  $D$  representa o deficit de oxigênio e  $k_2$  o coeficiente de reaeração.

Resolvendo analiticamente o sistema de equações diferenciais ordinárias acima, considerando que  $D'$  representa a derivada em função do tempo,  $D' = \frac{dD}{dt}$ , encontramos as soluções:

$$(02) \quad L = L_0 e^{-k_1 t}$$

$L_0$  corresponde a concentração de DBO inicial.

$$(03) \quad D_t = \left( \frac{L_0 k_1}{k_2 - k_1} \right) (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}) + D_0 e^{-k_2 t}$$

$D_0$  equivale ao deficit inicial de oxigênio e  $t$  representando o tempo em dias.

O coeficiente  $k_1$  está relacionado a matéria orgânica presente nos rios, que pode ser através de lançamento de efluentes poluídos ou da decomposição de galhos e folhas da mata ciliar que caem dentro do rio.

O coeficiente de reaeração  $k_2$ , está relacionado com a capacidade de recuperação que o rio apresenta após o lançamento de uma fonte poluidora. Para determinação deste coeficiente, há

diversas fórmulas empíricas na literatura, baseadas em dados hidráulicos do rio. Mas o valor obtido de  $k_2$  através das equações, em alguns casos pode haver divergência com a real capacidade do rio se recuperar. Influenciando diretamente no resultado do modelo, pois o mesmo é mais sensível ao coeficiente de reaeração.

Dando continuidade da descrição do modelo matemático, utilizando a equação 03 e a concentração de saturação  $C_s$ , pode-se determinar a concentração de oxigênio,  $C_t$ , da água ao longo do tempo, que é dada pela diferença entre  $C_s$  e o deficit de oxigênio:

$$(04) \quad C_t = C_s - \left[ \left( \frac{L_0 k_1}{k_2 - k_1} \right) (e^{-k_1 t} - e^{-k_2 t}) + D_0 e^{-k_2 t} \right]$$

Este é um modelo clássico e que envolve um número mínimo de variáveis para determinar o balanço de oxigênio, mas serve como base para os demais modelos desenvolvidos a partir de 1925.

Para a determinação do coeficiente de reaeração do Rio Lajeado da Divisa, faz-se um acompanhamento durante cinco dias por semana, com a coleta de amostras em dois pontos do rio, distantes entre si 500 metros aproximadamente.

Com as amostras coletadas é medida a concentração de oxigênio, temperatura e a concentração de saturação de oxigênio da água. Em cada tomada de amostra, também é verificada a vazão da água no ponto de coleta, velocidade e profundidade do rio. A coleta da amostra de DBO da água é realizada a cada dez dias, devido ao tempo necessário na realização da medição dessa propriedade.

Com os dados coletados, pretende-se encontrar uma sequência de valores para os coeficientes  $k_1$  e  $k_2$ . Para determinar o  $k_1$ , utiliza-se os dados obtidos através do teste da DBO e, com o modelo matemático de regressão não linear de Ruggieiro (1996), encontra-se o valor real do parâmetro de desoxigenação do rio. Após a determinação deste valor, substitui-se na equação 04 e determina-se o valor de  $k_2$ .

#### **4 Resultados e Discussão**

Até o presente momento, apenas foi feita a coleta de dados, na sequência, pretende-se desenvolver algoritmos computacionais para a determinação de  $k_2$ . Também tem-se como objetivo procurar determinar os dois parâmetros,  $k_1$  e  $k_2$ , ao mesmo tempo. Utilizando-se dos dados e um método de resolução de problema inverso, a fim de observar se há uma convergência entre os valores encontrados simultaneamente, com os coeficientes determinados por métodos empíricos presentes na literatura.

A partir da sequência de valores de  $k_1$  e  $k_2$  reais deste rio, busca-se analisar se há relação desses valores com outras propriedades físicas medidas. Como hipótese, espera-se poder relacionar o valor do coeficiente  $k_2$  com a vazão e/ou velocidade e/ou profundidade, deste trecho do rio.

## 5 Conclusão

Pretende-se obter como resultado final desta parte do projeto, uma relação para a determinação do coeficiente de reaeração  $k_2$  deste trecho do curso de água, e fazer simulações de lançamentos de poluentes no rio, com a finalidade de avaliar capacidade real de autodepuração do rio.

## Referências

- BOYCE, W. E., DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais e problemas de valores de contorno**. Rio de Janeiro: LTC, 2010.
- RUGGIERO, M. A. G., LOPES, V. L. R. **Cálculo numérico: aspectos computacionais**. 2 ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1996.
- SPERLING, M. V. **Estudos e modelagem da qualidade das águas dos rios**. Belo Horizonte: Departamento de Engenharia Sanitária e Ambiental – UFMG, 2007.

**Palavras-chave:** autodepuração; reaeração; rio; Streeter-Phelps; poluição.

## Fonte de Financiamento

FAPESC – UFFS. Referente a aprovação do projeto 07/2015: Modelagem Matemática de Problemas de Dispersão de Poluentes