

ANÁLISE DE ESTABILIDADE DO MODELO NÃO LINEAR DE UM SISTEMA CARRETA-PULVERIZADOR UTILIZANDO DIAGRAMAS DE BIFURCAÇÃO

NADINE THIELE^{1*}, KÁTIA SLODKOWSKI CLERICI¹, CÁSSIO L. M. BELUSSO¹

¹Universidade Federal da Fronteira Sul, *campus* Cerro Largo

*Autor para correspondência: Nadine Thiele (nadithiele@hotmail.com)

1 Introdução

A modelagem matemática é um campo de pesquisa que busca a construção de modelos matemáticos de sistemas reais. Essa atividade nem sempre é simples, uma vez que os modelos dependem de variáveis e parâmetros que representam um sistema real (AGUIRRE, 2007).

Uma das formas de se modelar um sistema é por meio de equações diferenciais não lineares que, em muitos casos, não possuem solução analítica. Porém, apesar de mais complexas, apresentam resultados mais precisos. Assim, buscam-se aproximações para estas soluções através da análise de pontos de equilíbrio e de sua estabilidade (MONTEIRO, 2002).

Neste trabalho, analisa-se a estabilidade de um pulverizador agrícola do tipo torre descrito por um modelo matemático desenvolvido por Sartori Junior (2009). Os parâmetros escolhidos para a análise foram a rigidez da junção torsional, por estar relacionada à sustentação da torre, a amplitude e a frequência de excitação, ambas por estarem relacionadas ao solo sobre o qual o equipamento transita. O movimento do pulverizador escolhido para análise foi o deslocamento angular da torre, uma vez que esta, por localizar-se na parte mais alta do equipamento, sofre maior influência das vibrações.

2 Objetivo

Este trabalho faz uma análise, com enfoque na matemática aplicada, do comportamento dinâmico de um modelo matemático que representa o princípio de funcionamento de um pulverizador agrícola do tipo torre e busca identificar, através de diagramas de bifurcação, sob quais condições o deslocamento angular da torre de pulverização pode apresentar condições de estabilidade e instabilidade na estrutura.

3 Metodologia

O desenvolvimento desse trabalho está ancorado na simulação computacional. O algoritmo foi criado no software MatLab, utilizando Runge-Kutta de 4ª ordem. Inicialmente foram definidos os intervalos de cada parâmetro a serem considerados nas simulações. A cada execução do algoritmo, analisaram-se os efeitos da variação de cada um dos parâmetros no deslocamento angular da torre. Para proporcionar uma maior aproximação da realidade, as oscilações do solo foram representadas por funções periódicas, tendo em vista que terrenos agrícolas são, na sua grande maioria, irregulares.

O modelo matemático que representa os principais movimentos realizados pelo pulverizador é composto por equações diferenciais ordinárias não lineares de segunda ordem, as quais estão representadas na forma matricial em (1), sendo que cada uma das variáveis representa um movimento distinto do equipamento.

$$\begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{bmatrix} = [M]^{-1} \begin{bmatrix} K_1 y_{s1} + K_2 y_{s2} + C_1 \dot{y}_{s1} + C_2 \dot{y}_{s2} \\ -K_1 B_1 \cos \phi_1 y_{s1} + K_2 B_2 \cos \phi_1 y_{s2} - C_1 B_1 \cos \phi_1 \dot{y}_{s1} + C_2 B_2 \cos \phi_1 \dot{y}_{s2} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 - [M]^{-1} \begin{bmatrix} (K_2 B_2 - K_1 B_1) \sin \phi_1 + (m_1 + m_2)g \\ (K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2) \sin \phi_1 \cos \phi_1 - m_2 g L_1 \sin \phi_1 \\ -m_2 g L_2 \sin \phi_2 \end{bmatrix} \\
 - [M]^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -m_2 L_1 \cos \phi_1 & -m_2 L_2 \cos \phi_2 \\ 0 & 0 & -m_2 L_1 L_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) \\ 0 & -m_2 L_1 L_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1^2 \\ \dot{\phi}_1^2 \\ \dot{\phi}_2^2 \end{bmatrix} \\
 - [M]^{-1} \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & (C_2 B_2 - C_1 B_1) \cos \phi_1 & 0 \\ (C_2 B_2 - C_1 B_1) \cos \phi_1 & C_T + (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \cos^2 \phi_1 & -C_T \\ 0 & -C_T & C_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix} \\
 - [M]^{-1} \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & 0 & 0 \\ (K_2 B_2 - K_1 B_1) \cos \phi_1 & K_T & -K_T \\ 0 & -K_T & K_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}$$

Onde M é dada por:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & -m_2 L_1 \sin \phi_1 & -m_2 L_2 \sin \phi_2 \\ -m_2 L_1 \sin \phi_1 & I_1 + m_2 L_1^2 & m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \\ -m_2 L_2 \sin \phi_2 & m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) & I_2 + m_2 L_2^2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

4 Resultados e discussão

Os diagramas de bifurcação construídos permitem a análise global das soluções, uma vez que, através de um único gráfico, é possível observar o comportamento para todo um intervalo de parâmetro. As Figuras 1(a) e 1(b) apresentam os diagramas de bifurcação para o parâmetro da frequência dos sinais de excitação, sendo a Figura 1(b) uma ampliação da Figura 1(a) para uma melhor visualização das bifurcações e também da região caótica.

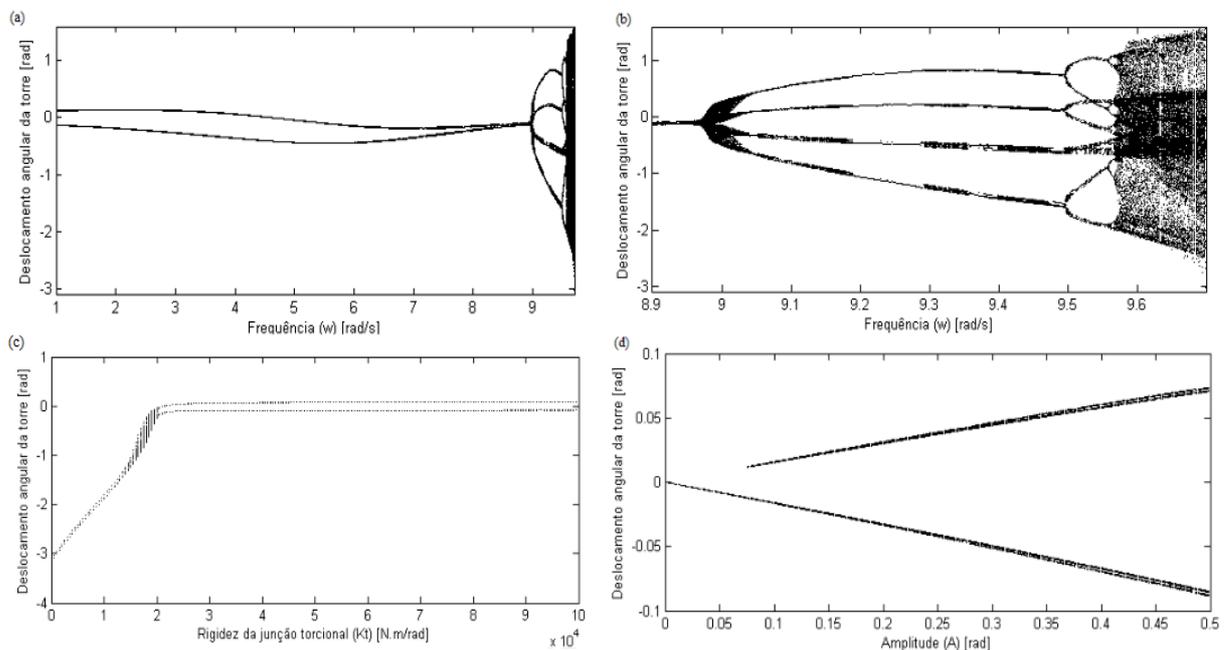


Figura 1. (a) Diagrama de bifurcação mediante variação de: (a) e (b) frequência dos sinais de excitação, (c) rigidez da junção torsional, (d) amplitude dos sinais de excitação.

Nos diagramas das Figuras 1(a) e 1(b) observa-se um período de estabilidade nas soluções do sistema para valores menores de frequência. Por volta da frequência $\omega = 9 \text{ rad/s}$ ocorre a primeira bifurcação, ou seja, a torre que antes oscilava em torno de um único ponto de equilíbrio agora oscila em torno de mais de um ponto. Além disso, pode-se detectar o momento em que o sistema se torna caótico e já não é mais possível prever como o mesmo vai se comportar. Na Figura 1(c) tem-se o diagrama de bifurcação para o parâmetro da rigidez da junção torsional da torre. Nota-se uma periodicidade nas soluções, o que caracteriza a estabilidade da torre no intervalo de valores escolhido para esse parâmetro.

A análise mediante a variação do parâmetro da amplitude nos sinais de excitação pode ser observada na Figura 1(d) e permite verificar que, com o aumento gradual no valor do parâmetro, a amplitude de resposta do deslocamento angular da torre também aumenta. Logo, a variação deste parâmetro influencia diretamente na estabilidade do equipamento.

5 Conclusão

Os diagramas de bifurcação são capazes de mostrar, de uma só vez, diferentes comportamentos que um sistema não linear pode apresentar mediante variação de um parâmetro. Através da construção dos diagramas, foram atingidos os objetivos propostos nesta pesquisa, confirmando a influência de parâmetros de controle no deslocamento angular da torre do pulverizador agrícola.

A escolha dos diagramas de bifurcação mostrou-se uma proposta interessante para a análise de sistemas não lineares por permitirem a análise para todo um intervalo de parâmetro, incluindo pontos onde ocorrem mudanças qualitativas no sistema, onde as soluções passam a ter bifurcações e ainda onde se inicia o comportamento caótico de um sistema.

Para futuros trabalhos, pretende-se continuar a analisar o movimento angular da torre do pulverizador, porém utilizando diferentes sinais de excitação durante as simulações.

Palavras-chave: Bifurcação; Simulação numérica; Estabilidade; Caos.

Fonte de financiamento

UFFS

Referências

- [1] AGUIRRE, Luis Antonio. Introdução à Identificação de Sistemas: Técnicas Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais. 3ª. ed. Belo Horizonte: UFMG, 2007.
- [2] BELUSSO, Cássio Luiz Mozer. Análise da estabilidade do modelo não linear de um pulverizador agrícola do tipo torre. Dissertação de Mestrado. Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2011.
- [3] GUILHERME, Karen de Lolo. Vibrações não lineares e não ideais de um sistema de dois graus de liberdade. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, São Paulo, 2004.
- [4] MONTEIRO, Luiz Henrique Alves. Sistemas Dinâmicos. São Paulo, Editora Livraria da Física, 2002.
- [5] SARTORI JUNIOR, Sergio; BALTHAZAR, José Manoel; PONTES JUNIOR, Bento R. Non-Linear Dynamics of a Tower Orchard Sprayer Based on an Inverted Pendulum Model. Byosystems Engineering. v. 103, p. 417-426, 2009.

Dados adicionais

FO 231/SEP – CL/UFFS/2015 – Estudante bolsista

FO 306/SEP – CL/UFFS/2015 – Estudante voluntária