

## SEGUNDA LEI DE NEWTON PARA ROTAÇÕES E A INVERSÃO DE UM PÊNDULO

GABRIELA LINO KLEINUBING<sup>1,\*</sup>, THIAGO DE CACIO LUCHESE<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Universidade Federal da Fronteira Sul – *Campus Cerro Largo* – RS

\* gabekleinubing@hotmail.com

### 1 Introdução

À medida que avançamos nos anos vê-se a necessidade cada vez maior de que estudantes de nível médio saiam das escolas com, pelo menos, os rudimentos dos conhecimentos de Física Moderna, que englobam a Mecânica Quântica e a Relatividade. Estes conhecimentos propiciam uma visão mais profunda do estágio de desenvolvimento científico e tecnológico em que vivemos, além de abrir as portas aos futuros novos universitários ao cultivo de interesse por este ramo da ciência, quase centenário e tão pouco difundido com precisão. A consequência econômico-social da apropriação em massa desta parte da Física é que o mercado de trabalhadores tornar-se-ia mais apto a competir no cenário mundial que necessita cada vez mais de mentes inovadoras.

Mas como as inovações serão de ponta se os futuros inovadores possuem uma formação cuja base científica não foi atualizada? É neste viés de pensamento que o presente projeto teve a pretensão de se desenrolar, uma vez que em um futuro próximo os alunos desta universidade estarão formando aqueles que se tornarão os novos universitários. Permitir que um aluno graduando em física tenha contato, mesmo que indiretamente, com um problema atual de estudo possibilita maior habilidade a este para explicar tanto a utilidade da Física Moderna quanto as suas consequências. Mas para chegar à Física Moderna, faz-se necessário um bom entendimento da Física Clássica envolvida em sistemas “simples” como um pêndulo físico.

### 2 Objetivo

A Segunda Lei de Newton para rotações fornece a informação de que uma variação de momento angular em um sistema é equivalente à aplicação de um torque sobre o mesmo (TIPLER, 2000). Desse modo, a proposta do projeto foi a de estudar um sistema composto de

uma haste que, embora presa em uma de suas extremidades, estivesse livre para oscilar no entorno do ponto de suspensão e que possuísse, em sua extremidade livre, um rotor cuja velocidade de rotação estaria acoplada à posição angular da haste que o suspende. O acoplamento entre a velocidade de rotação do rotor e a posição angular da haste, dependendo da maneira que fosse efetuado, poderia gerar um regime dinâmico de oscilação da haste no entorno da posição invertida. Ou seja, poder-se-ia largar a haste da posição conhecida como de equilíbrio instável e, logo após o início da queda em direção ao mínimo de energia potencial gravitacional, ela pararia, devido ao acoplamento entre posição angular da haste e momento angular do rotor no extremo da haste, e retornaria à posição inicial; na verdade, após o início da queda dá-se início a um movimento oscilatório no entorno daquela posição invertida. É justamente esta oscilação, prevista pela aplicação da Segunda Lei de Newton para rotações, que torna o sistema interessante. Ainda não existem estudos deste tipo de sistema clássico na literatura sendo ele apenas sugerido como o equivalente à dinâmica quântica de um duplo condensado de bósons (RAGHAVAN, *et al.*, 1999).

Além da curiosidade natural despertada pelo comportamento contra-intuitivo desse sistema clássico, o pêndulo invertido serviria de modelo para o entendimento da dinâmica de um sistema de interesse atual: o duplo condensado de bósons, também conhecido como Junção Bose-Josephson (GATI, *et al.*, 2007).

Embora a inversão do pêndulo possa ser produzida pela oscilação na direção vertical do ponto de suspensão dele, conforme relatado e estudados na literatura (PHELPS III, *et al.*, 1965; BUTIKOV, 2001), um pêndulo que fique invertido pela variação de um rotor preso a haste do pêndulo ainda não foi proposta diretamente, o que torna o objeto de estudo relevante, como sistema didático, e original.

### **3 Metodologia**

Sendo assim, o estudo de um pêndulo físico invertido cuja dinâmica possui paralelo direto com um sistema quântico, atualmente sob investigação, foi o foco desse trabalho. Com o estudo da dinâmica do sistema clássico (o pêndulo com inércia variável) pretendia-se ganhar intuição sobre o comportamento do sistema quântico com dinâmica regida pelo mesmo sistema de equações (o condensado duplo de bósons). Com isso, haveria ainda a apropriação, por parte do estudante, da capacidade de traçar paralelos entre sistemas físicos distintos regidos por equações similares.

O estudo teórico do pêndulo invertido foi realizado com êxito. Para isso, a consulta à literatura básica de rotações fez-se conveniente e necessária. Também a capacidade de produção de programas simples para simulação deste sistema foi possível. Infelizmente o paralelo entre o sistema clássico e o quântico não pôde ser efetuado devido à riqueza de análise presente no sistema clássico não poder ter sido concluída.

#### **4 Resultados e Discussão**

O desenvolvimento do tema de rotações dentro da abordagem da física básica dada na graduação é bastante superficial. Sendo assim, um resultado relevante e satisfatório é a apropriação da teoria de base da dinâmica das rotações de maneira mais aprofundada.

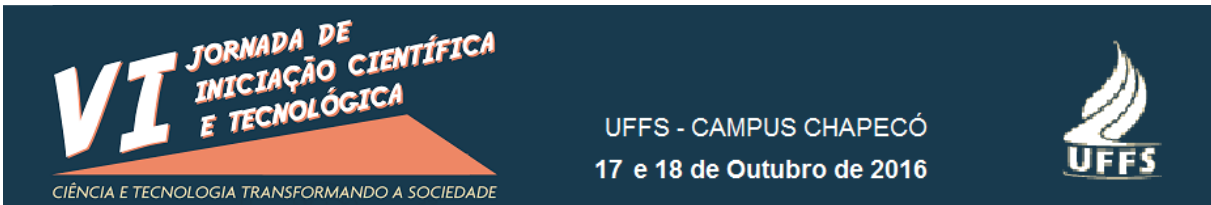
Em seguida ao desenvolvimento de ferramental matemático analítico de boa qualidade para análise de rotações, a apropriação de métodos numéricos de peso para resolução de equações diferenciais ordinárias, como o Runge-Kutta de quarta ordem, tornou-se, do ponto de vista do futuro profissional, um resultado relevante. Isso pode ser dito com toda segurança devido à aplicabilidade completamente geral dessa ferramenta de trabalho.

Por fim, a interpretação de resultados numéricos por meio de análise de gráficos exercitou a capacidade de interpretação do estudante. A leitura e interpretação de gráficos também serão de grande valia para o futuro profissional professor.

#### **5 Conclusão**

A análise de diferentes regimes dinâmicos ao pêndulo ficou longe de ser esgotada, mesmo do ponto de vista numérico. Isso ocorreu principalmente devido à grande riqueza de dinâmicas diferentes ao sistema: dependência de condições iniciais, dependência da frequência de rotação e de forçamento do rotor acoplado à haste do pêndulo, entre outras dependências que não puderam ser sistematizadas a tempo de fazer uma análise pormenorizada.

Por outro lado, chama-se a atenção ao ganho de habilidades por parte do estudante: habilidade de busca teórica para abordagem inicial de um problema, habilidade de escolha de método numérico apropriado para um dado problema, habilidade de resolução numérica de equações diferenciais ordinárias acopladas, habilidade de produção e leitura gráfica de resultados, entre outras habilidades adquiridas no decorrer do projeto.



**Palavras chave:** Simulações Numéricas; Runge-Kutta 4; Pêndulo Físico.

**Fonte de Financiamento:** FAPERGS.

#### **Referências**

- TIPLER, P. A. *Física para cientistas e engenheiros*. v.1, 4ed. LTC Editora, Rio de Janeiro, RJ. 2000. Capítulos 9 e 10.
- PHELPS III, F. M.; HUNTER Jr., J. H. *An analytical solution of the inverted pendulum*. American Journal of Physics **33**, p. 285, 1965.
- BUTIKOV, E. I. *On the dynamic stabilization of an inverted pendulum*. American Journal of Physics **69**, p. 755, 2001
- RAGHAVAN, S.; SMERZI, A.; FANTONI, S.; SHENOY, S. R. *Coherent oscillations between two weakly coupled Bose-Einstein condensates: Josephson effects, p oscillations, and macroscopic quantum self-trapping*. Physical Review A **59**, p. 620, 1999.
- GATI, R.; OBERTHALER, M. K. *A bosonic Josephson junction*. Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics **40**, p. R61, 2007.