



## ESTUDO DO TRANSIENTE TÉRMICO EM MULTICAMADAS USANDO COMPUTAÇÃO ALGÉBRICA – FASE 2

LUCAS GOMES DA SILVA<sup>1,2,\*</sup>, CARLOS AUGUSTO FERNANDES DAGNONE<sup>2,3</sup>,  
WANDERSON GONÇALVES WAZELLER<sup>2,4</sup>

### 1 Introdução/Justificativa

O Brasil é altamente dependente das usinas hidrelétricas, mesmo que nos últimos anos o país tenha desenvolvido e/ou empregado outras formas de transformação de energia (incluindo as renováveis). Estudos sobre otimização do emprego da eletricidade, são fundamentais na manutenção da estabilidade da matriz energética.

Este projeto teve como objetivo estudar o *transiente térmico* entre camadas de um material composto e a criação de um modelo computacional que considere todas as variáveis do problema físico em questão e que gerará simulações que auxiliarão na tomada de decisão a respeito de quais materiais empregar para um melhor resultado a qual se propõem (diminuição da troca térmica, melhor barreira isolante entre alimento e meio ambiente, entre outros).

### 2 Objetivos

- a) Estudo da equação do calor para um meio composto.
- b) Estudo do *software FreFem++* para a manipulação algébrica da equação do calor para um meio composto.
- c) Elaboração de modelos computacionais, empregando as ferramentas matemáticas e numéricas estudadas anteriormente, visando a melhor compreensão do transiente térmico em multicamadas.
- d) Aprofundamento no método variacional para discretização numérica do meio.

### 3 Material e Métodos/Metodologia

<sup>1</sup> Graduação em Engenharia de Alimentos, Universidade Federal da Fronteira Sul, *campus* Laranjeira do Sul, contato: lucas.gomes310797@gmail.com

<sup>2</sup> Grupo de Pesquisa: *Métodos numéricos e modelagem computacional*

<sup>3</sup> Doutorado em Engenharia Mecânica, Universidade Federal da Fronteira Sul, *campus* Laranjeiras do Sul

<sup>4</sup> Doutorado em Física, Universidade Federal da Fronteira Sul, *campus* Laranjeiras do Sul, **Orientador**. Contato: wanderson@uffs.edu.br



O problema descrito, é composto pela equação diferencial parcial:

$$\frac{\partial u_1(x,y,t)}{\partial t} = \alpha_1^2 \left( \frac{\partial^2 u_1(x,y,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_1(x,y,t)}{\partial y^2} \right), 0 \leq x \leq L \quad (1)$$

sendo  $u_1(x, y, t)$  e  $u_2(x, y, t)$  os campos escalares de temperaturas nos materiais I e II e o ponto de interface está em  $x=L$ .

Condição inicial:

$$u_1(x, y, 0) = u_2(x, y, 0) = 0 \quad (2)$$

Condições de contorno:

$$u_1(0, y, t) = U_0, t > 0 \quad (3)$$

$$u_2(2L, y, t) = U_1, t > 0 \quad (4)$$

$$K_1 \frac{\partial u_1(L,y,t)}{\partial x} = K_2 \frac{\partial u_2(L,y,t)}{\partial x}, t > 0 \quad (5)$$

$$u_1(L, y, t) = u_2(L, y, t), t > 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial u_1(L,y,t)}{\partial x} = Ah(u_1 - u_\infty), t > 0 \quad (7)$$

A equação 5 é a condição de contato perfeito, sendo  $K$  a condutividade térmica do material e a equação 7 trata de trocas convectivas, sendo  $h$  o coeficiente de convecção entre os dois materiais e  $u_\infty$  a temperatura longe da interface.

#### 4 Resultados e Discussão

Após realizado um extenso estudo do problema empregando o *software FreeFem++* num contexto análogo ao original, mas com materiais diferentes, o projeto se direcionou para a

modelagem do cozimento, num forno pré-aquecido, de um hambúrguer de peixe em contato com uma chapa (Figura 1), considerando o hambúrguer e chapa aquecedora como um material composto.

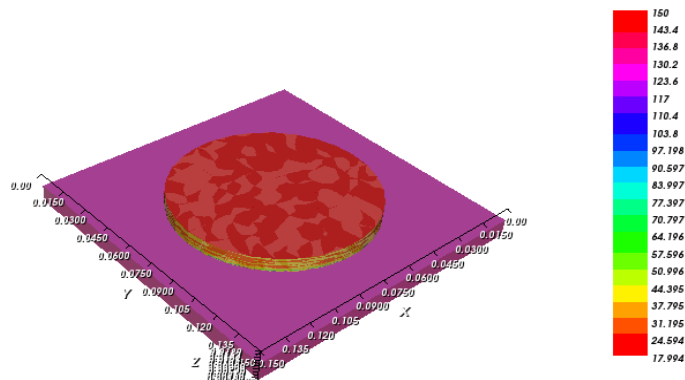


Figura 1: Modelagem de um hamburguer sobre uma chapa aquecedora. Elaborada pelo autor no programa *FREEFEM++*.

Nessa modelagem empregamos a formulação matemática apresentada anteriormente, onde, o transporte de energia é gerenciado para equação 1 com as condições de contorno (equações 3 a 7) e inicial (equação 2).

Os dados obtidos com a simulação deste caso mostraram-se compatíveis com os experimentos de Bainy *et. al.* (2017) quando não são implementadas trocas convectivas (figura 2). De fato, o hambúrguer está em contato com a chapa, mas cercado de ar aquecido. Então as trocas convectivas inseridas no modelo, podem ser vistas nas curvas  $H=5$  e  $H=25$  (Figura 2), sendo este o coeficiente convectivo.

## 5 Conclusão

Após a elaboração de diversos cenários alternativos, testes e verificações de validade do código (segundo a documentação oficial do *FreeFEM++*), concluiu-se que este pacote computacional apresenta forte correlação numérica no tratamento das condições de contorno



entre dois materiais distintos, o que inviabilizou o uso desta ferramenta.

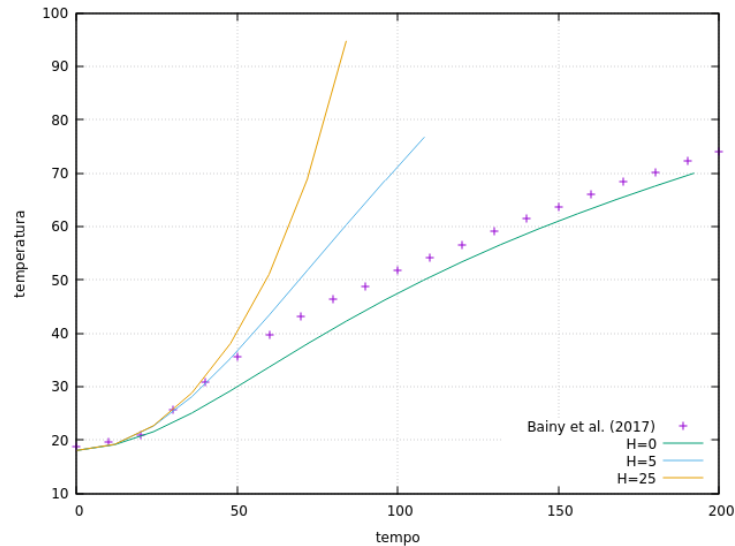


Figura 2: Dados de nossa modelagem em comparação com dados experimentais de Bainy (2017). Independente do valor que era fornecido a constante de convecção (H), a curva, como pode ser vista na Figura 2, geraram consideráveis divergências em relação à situação de Bainy *et al.*

## Referências

FONT, R. ; PERIAGO, F. (2013). . **The Finite Element Method with FreeFem++ for beginners**. The Electronic Journal of Mathematics and Technology. 7. 289-307.

BAINY, E. M. ; LENZI, E. K. ; CORAZZA, M. L. ; LENZI, M. K. . **Mathematical Modeling of Fish Burger Baking Using Fractional Calculus**. Thermal Science , v. 21, p. 41-50, 2017.

**Palavras-chave:** Multicamadas; computação algébrica; transiente térmico.

## Financiamento

Fundação Araucária