VI JORNADA DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA
CIÊNCIA E TECNOLOGIA TRANSFORMANDO A SOCIEDADE
UFFS - CAMPUS CHAPECÓ
17 e 18 de Outubro de 2016
UFFS

MODELAGEM E AN` LISE NUM RICA DO TRANSIENTE T RMICO EM MULTICAMADAS

CLAUDIONEI ALVES[1], CARLOS A. F. DAGNONE[1], GIAN M. DE CASTRO[1], WANDERSON G. WANZELLER[1]

[1]Universidade Federal da Fronteira Sul, c*ampus* Laranjeiras do Sul;

*Autor para correspondŒncia: Wanderson G. Wanzeller (wanderson@uffs.edu.br)

1 Introdu ª o

O problema de multicamadas Ø de grande import ncia na literatura. Um dos mØtodos utilizados para a solu ª o do problema Ø o mØtodo das diferen as finitas (HICKSON, 2011). PorØm, constatamos que esse mØtodo falha para ordens de grandeza distintas do coeficiente de difusividade térmica α^2 (GURTAT, 2014). O presente trabalho pretende contribuir para a resolu ª o desse problema.

2 Objetivo

Modelagem computacional do transiente tØrmico unidirecional em multicamadas utilizando abordagens matemÆticas (numØricas e anal ticas) e fundamenta ª o F sica do processo termodin mico envolvido.

3 Metodologia

Nossos primeiros estudos mostraram que sª o poss veis tratamentos anal ticos (GURTAT, 2013) para o problema do transiente tØrmico numa barra composta. No entanto, observou-se uma descontinuidade na fun ª o temperatura [ver figura 1, (a) e (b)]. No presente trabalho, trata-se essa descontinuidade aplicando o mØtodo da Transformada de Laplace (TL) (CARSLAW, 1959), o qual Ø eficiente para solucionar equa ı es diferenciais ordinÆrias em que as fun ı es apresentam descontinuidades.

O sistema de equa ı es que temos que resolver Ø

$$\frac{\partial^2 u_1(x,t)}{\partial x^2}=\alpha_1^2\frac{\partial u_1(x,t)}{\partial t}$$ para $a<x\leq 0$ e $t>0$,

$$\frac{\partial^2 u_2(x,t)}{\partial x^2}=\alpha_2^2\frac{\partial u_2(x,t)}{\partial t}$$ para $0<x\leq b$ e $t>0$,

com as condi ı es de contorno $u_1(a,t)=V_1$, $u_2(b,t)=V_2$, iniciais $u_1(x,0)=u_2(x,0)=f(x)$ e de contato perfeito $K_1\frac{\partial u_1(0,t)}{\partial x}=K_2\frac{\partial u_2(0,t)}{\partial x}$ e $u_1(0,t)=u_2(0,t)$ para $t>0$. Implementamos TL analiticamente para u_1 e u_2 ,

$$L[u_i(x,t)]=\int_0^\infty e^{-pt}u_i(x,t)\,dt$$, sendo $i=1,2$.

Os resultados anal ticos em Laplace sª o

$$\bar{u}_1=A\left[e^{q_1 x}-e^{q_1(2a-x)}\right]+\frac{V_1}{p}e^{q_1(a-x)}$$ e $$\bar{u}_2=C\left[e^{q_2 x}-e^{q_2(2b-x)}\right]+\frac{V_2}{p}e^{q_2(b-x)}$$

com as constantes A e C dadas por

$$A=C\frac{\left(1-e^{2q_2 b}\right)}{\left(1-e^{2q_1 a}\right)}+\frac{V_2 e^{q_2 b}-V_1 e^{q_1 a}}{p\left(1-e^{2q_1 a}\right)}$$

e

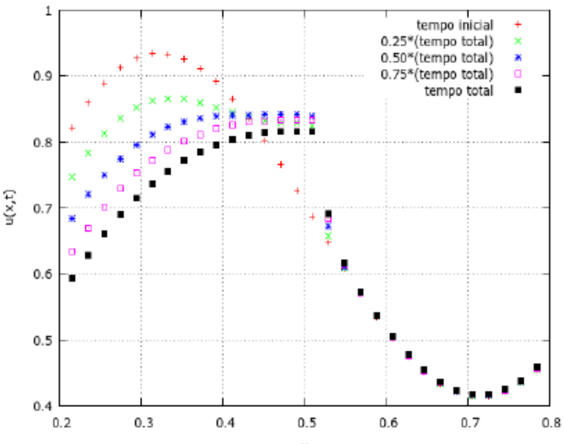
$$C=\frac{\left(V_2 e^{q_2 b}-V_1 e^{q_1 a}\right)q_1 K_1\left(1+e^{2q_1 a}\right)+\left(V_2 q_2 K_2 e^{q_2 b}-V_1 q_1 K_1 e^{q_1 a}\right)\left(1-e^{2q_1 a}\right)}{p\left[\left(1-e^{2q_1 a}\right)q_2 K_2\left(1+e^{2q_2 b}\right)-\left(1-e^{2q_2 b}\right)q_1 K_1\left(1+e^{2q_1 a}\right)\right]}$$

sendo

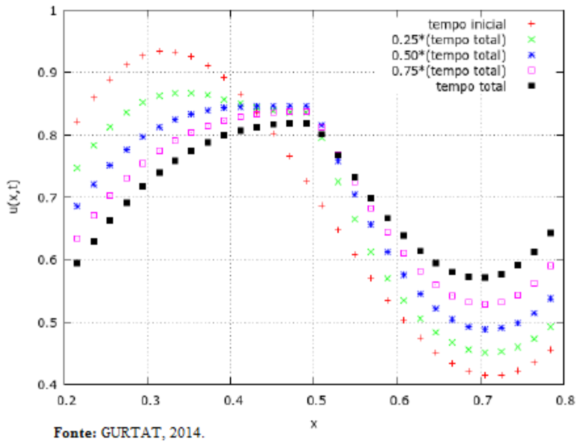
$$q_1=\sqrt{p/k_1} \quad \text{e} \quad q_2=\sqrt{p/k_2} \; .$$

Realizamos a anti-TL numericamente atravØs do mØodo iterativo de Gauss-Sidel (DAVIES, 1999).

Figura 1. (a) Evolu ªo da temperatura no tempo ao longo da barra utilizando materiais com α^2 de ordens de grandeza diferentes; (b) α^2 de mesma ordem de grandeza. Em ambos os casos foi utilizado o mØodo de diferen as finitas.



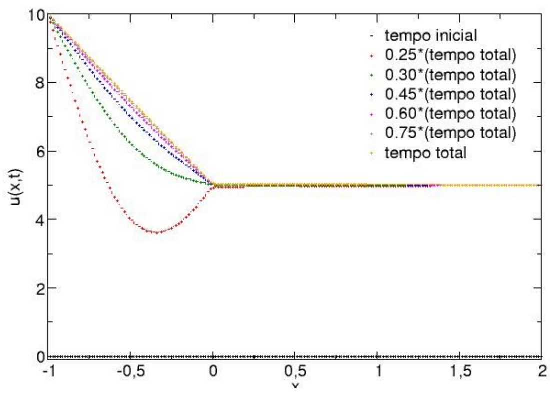
Fonte: GURTAT, 2014.

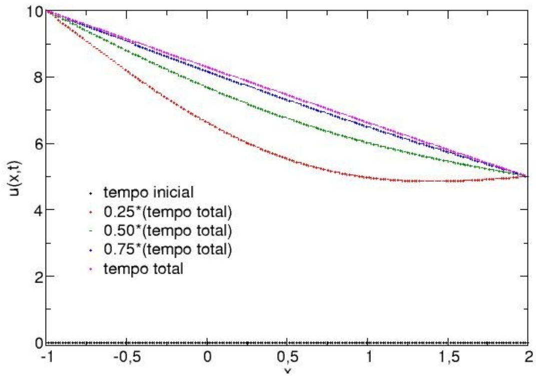


Fonte: GURTAT, 2014.

(a) (b)

Figura 2. (a) evolu ªo da temperatura no tempo ao longo da barra utilizando materiais com coeficientes de condutividade tØrmica de ordens de grandeza diferentes; (b) com coeficientes de condutividade tØrmica de mesma ordem de grandeza.





(a) (b)

4 Resultados e Discussªo

A partir do mØodo de inversªo numØica, obtivemos como resultado o grÆico da fun ªo temperatura apresentado na figura 2 (a) e (b). Sendo que na figura 4(a) os coeficientes de condutividades tØrmicas sªo de ordens de grandeza diferentes e (b) os coeficientes de condutividade tØrmica sªo de mesma ordem de grandeza. Salienta-se que a condi ªo inicial Ø diferente da utilizada no mØodo impl cito.

5 Conclusªo

O uso do mØodo da transformada de Laplace possibilitou a elimina ªo da descontinuidade da temperatura nas interfaces dos materiais. Isso s foi poss vel utilizando a condi ªo de contato perfeito (Lei de Fourier). Em um pr ximo trabalho, devemos calcular a solu ªo de uma barra finita composta por dois materiais com trocas tØrmicas convectivas na interface.

Palavras-chave: Transmissªo de Calor; Transformadas de Laplace; multicamadas.

Fonte de Financiamento

PRO-ICT/UFFS

ReferŒncias

CARSLAW, H. S.; JAEGER, J. C. **Conduction of heat in solids.** Londres, 1959.

DAVIES, Alan. The solution of differential equations using numerical Laplace transforms. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 30, n. 1, p. 65-79, 1999.

GURTAT, M.; Din mica de transmissªo de Calor por condu ªo na interface de barras compostas, 2014, 40 f, Trabalho de Conclusªo de Curso (Engenharia de Alimentos). Universidade Federal da Fronteira Sul, Laranejiras do Sul – PR, 2014.

HICKSON, R. I. et al. Finite difference schemes for multilayer diffusion. **Mathematical and Computer Modelling**, v. 54, n. 1, p. 210-220, 2011.

Dados adicionais

Nœmero do Processo: 23205.001223/2014-51 (SGPD) – Projeto de Inicia ªo Cient tica – Bolsista de Inicia ªo Cient tica.