

PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO: UMA PROPOSTA DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA UTILIZANDO TECNOLOGIAS DIGITAIS¹

EMELLY MARCHIORI^{2,3}, ROSANE ROSSATO BINOTTO^{3,4}, VITOR JOSÉ
PETRY^{3,5}

1 Introdução

A Geometria é uma das áreas mais antigas da Matemática sendo “descrita como um corpo de conhecimento fundamental para a compreensão do mundo e participação ativa do homem na sociedade” (Cruz, 2022, p. 111). Sua importância ultrapassa a sala de aula, contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da argumentação e da capacidade de resolver problemas. Nesse contexto, a investigação assume papel relevante na construção do conhecimento matemático, pois, segundo Ponte (2019, p. 13), “investigar é procurar conhecer o que não se sabe” e, para os matemáticos, “investigar é descobrir relações entre objetos matemáticos conhecidos ou desconhecidos, procurando identificar as respectivas propriedades” (2019, p. 13). No ensino e na aprendizagem, contudo, investigar não implica necessariamente trabalhar com conceitos complexos ou problemas “difíceis”, mas explorar questões que suscitem interesse e possam ser estudadas com um propósito definido (Ponte, 2019).

Considerando a importância do estudo da Geometria, neste trabalho busca-se explorar o potencial da investigação matemática na construção do conhecimento sobre pontos notáveis de um triângulo. Para Ponte (2019, p. 69) “as investigações geométricas contribuem para perceber aspectos essenciais da atividade matemática, tais como a formulação e teste de conjecturas e a procura e demonstração de generalizações”. Assim, foram desenvolvidas atividades com tecnologias digitais (TD), visando favorecer a visualização geométrica e algébrica dos objetos estudados. O uso de softwares de geometria, ferramentas educacionais digitais e ambientes de programação pode contribuir na compreensão de conceitos matemáticos abstratos, além de estimular a criatividade e a capacidade investigativa dos estudantes (Silva,

1 Título do subprojeto vinculado: Desenvolvimento e uso de objetos virtuais de aprendizagem: exercícios de imaginação pedagógica e da aplicação de sequências didáticas.

2 Graduanda no Curso de Licenciatura em Matemática, UFFS, *campus* Chapecó, contato: emellymarchiori05@gmail.com

3 Grupo de Pesquisa em Educação Matemática - GPEMAT.

4 Doutora em Matemática, UFFS, *campus* Chapecó, **Coorientadora**.

5 Doutor em Matemática Aplicada, UFFS, *campus* Chapecó, **Orientador**.

2025).

Diante do exposto, foram elaborados objetos virtuais de aprendizagem (OVA) no GeoGebra para o estudo dos pontos notáveis de um triângulo: baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro. Os OVA constituem recursos digitais interativos e reutilizáveis que podem contribuir para a aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo dos estudantes (Audino; Nascimento, 2010). Os OVA são acompanhados de questões, destinadas a orientar a investigação e a construção de argumentações sobre as propriedades desses pontos notáveis.

2 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo propor atividades de investigação matemática com tecnologias digitais para o estudo dos pontos notáveis de um triângulo, utilizando objetos virtuais de aprendizagem construídos no software GeoGebra.

3 Metodologia

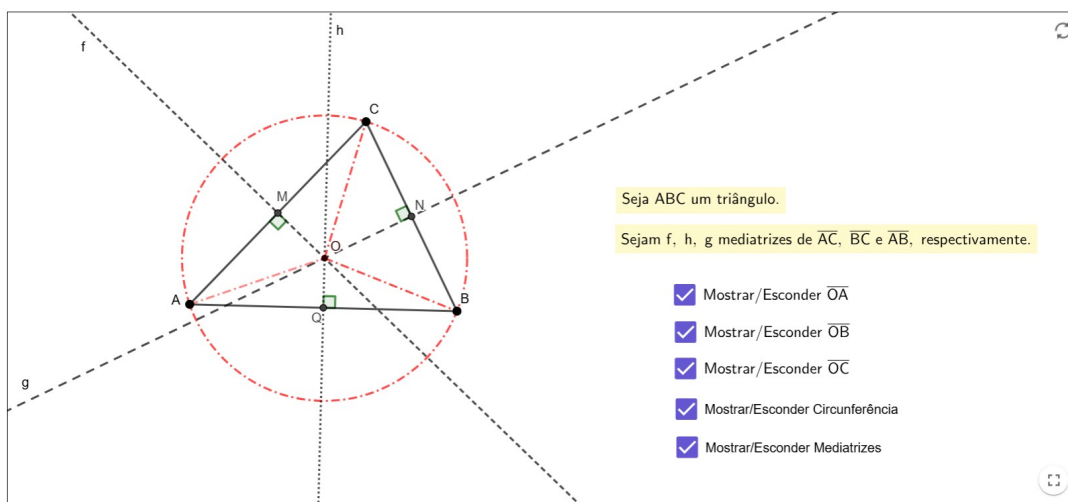
Esta pesquisa caracteriza-se como qualitativa de natureza propositiva, pois desenvolvem-se atividades de investigação matemática com o uso de tecnologias digitais, propondo práticas que favoreçam uma aprendizagem investigativa e participativa. Segundo Bicudo (2019, p. 113), a pesquisa qualitativa busca “[...] atingir aspectos do humano sem passar pelos crivos da mensuração, sem partir de métodos previamente definidos e, portanto, sem ficar preso a quantificadores e aos cálculos decorrentes”. Para a análise, realizou-se um recorte do *corpus* da pesquisa, contemplando os OVA destinados ao estudo do circuncentro e do baricentro e as questões elaboradas para orientar a investigação durante a interação com esses OVA.

4 Resultados e Discussão

Neste trabalho são apresentados dois OVA, abordando o circuncentro e o baricentro. O OVA 1, ilustrado na Figura 1, foi construído com a finalidade de atuar como base de argumentação sobre o circuncentro do triângulo, ilustrando a circunferência nele circunscrita. Ao acessar a atividade, o estudante encontra as definições de mediatriz, necessária à compreensão da atividade, e de circuncentro, definido como o ponto em que as mediatrizes de um lado de um triângulo se interceptam. Na interação, o estudante pode movimentar os vértices do triângulo e acionar botões para mostrar ou ocultar elementos da construção, favorecendo a

visualização das diferentes etapas da investigação.

Figura 1 - OVA 1 - Circuncentro de um triângulo



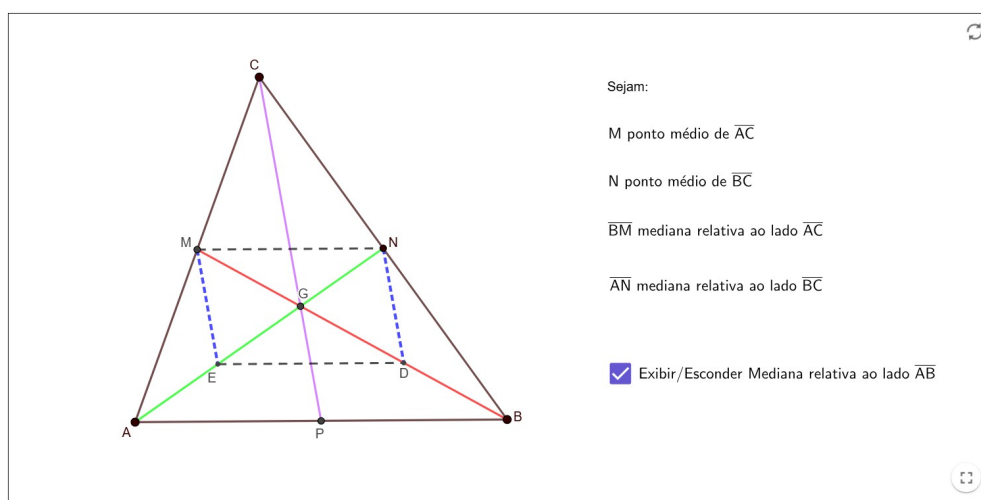
Fonte: Os autores (2026).

A atividade contém questões que atuam como guia para que o próprio estudante possa fazer argumentações a fim de construir o passo a passo da demonstração. Para este caso, a hipótese é exibida no OVA, ou seja, f , g e h são mediatrizes de $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ e $\overline{AB}$, respectivamente. A tese pode ser dividida em duas partes: $f \cap g \cap h = \{O\}$; e $\overline{OA} \equiv \overline{OB} \equiv \overline{OC}$. Desse modo, assume-se em primeiro plano, que O seja o ponto de interseção de f e g . A primeira reflexão apresentada é “Sabendo que $O \in f$, o que podemos afirmar sobre os segmentos $\overline{OA}$ e $\overline{OC}$?”. Esse questionamento instiga o estudante a notar que, como o ponto O está sobre a mediatriz f , e qualquer ponto sobre a mediatriz é equidistante das extremidades do segmento, então O está a uma mesma distância do vértice A e do vértice C . Ou seja, $\overline{OA} \equiv \overline{OC}$. O leitor é incentivado a ativar os botões respectivos a esses segmentos para compreender o raciocínio também de maneira visual. Analogamente, as reflexões seguintes levam o estudante a concluir a congruência dos outros segmentos, bem como que $O \in h$.

O OVA 2, apresentado na Figura 2, foi desenvolvido para o estudo do baricentro, que consiste no ponto de interseção das medianas de um triângulo. Para concluir que a interseção das três medianas ocorre em um único ponto e que este divide cada mediana na razão de 2 para 1 a partir do vértice, considerou-se $\overline{AN} \cap \overline{BM} = \{G\}$, o conceito de base média de um triângulo, além da definição de paralelogramo e propriedades de suas diagonais. Novamente a partir dos questionamentos dispostos na atividade, considera-se a possibilidade de o estudante realizar inferências e estabelecer as argumentações necessárias para a obtenção do resultado. Por

exemplo, a segunda reflexão “Considerando agora o triângulo AGB , e sabendo que E é ponto médio de $\overline{AG}$ e D é o ponto médio de $\overline{BG}$, o que podemos dizer sobre o segmento $\overline{ED}$? Qual é a sua relação com o segmento $\overline{AB}$? Qual é a sua medida?” permite ao estudante constatar que o segmento $\overline{ED}$ é a base média de AGB por ter extremidades nos pontos médios de dois lados do triângulo. Desse modo, $\overline{ED} \parallel \overline{AB}$ e $\overline{ED} = \frac{\overline{AB}}{2}$.

Figura 2 - OVA 2 - Baricentro de um triângulo



Fonte: Os autores (2026).

As reflexões são propostas por meio de perguntas abertas, pois, conforme Ponte (2019, p. 46), “perante um conjunto de alunos com interesses, aptidões e conhecimentos diversificados, como acontece habitualmente na sala de aula, a proposta de questões abertas aumenta a possibilidade de estes se envolverem na atividade”. As questões favorecem a expressão do pensamento matemático dos estudantes. Além disso, a possibilidade de verificar as respostas permite validar o raciocínio, esclarecer eventuais dúvidas e avançar nas etapas da investigação.

5 Considerações Finais

Neste trabalho, foram apresentadas duas atividades de investigação matemática elaboradas em um ambiente digital, utilizando OVA construídos no software GeoGebra. A partir da análise do material, nota-se que os OVA representam uma possibilidade de os estudantes compreenderem conceitos matemáticos a partir da visualização e interação, instituindo uma vantagem em relação às construções geométricas feitas no papel ou no quadro, que permanecem estáticas. As reflexões propostas para que o estudante possa estabelecer

argumentações para os pontos notáveis de um triângulo, ou mesmo para a validade das propriedades dos segmentos, podem ser utilizadas como guia. Desse modo, o educando, ao interagir com os OVA, poderá compreender o que deve ser analisado na construção em cada uma das etapas. Por fim, é válido ressaltar que esta é uma pesquisa em andamento e pretende-se elaborar mais atividades com OVA abordando conceitos de geometria plana, organizando o material em um livro dinâmico na plataforma GeoGebra.

Referências Bibliográficas

AUDINO, D. F.; NASCIMENTO, R. S. Objetos de aprendizagem – diálogos entre conceitos e uma nova proposição aplicada à educação. **Revista Contemporânea de Educação**, [s.l], v.5, n.10, p.128-148, 2010.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2019. p. 107-119.

CRUZ, K. R. A Importância da Geometria no Processo Ensino Aprendizagem: uma alternativa pedagógica para o ensino da matemática. **Rebena - Revista Brasileira de Ensino e Aprendizagem**, [S. l.], v. 4, p. 108–116, 2022.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2019. 160 p.

SILVA, D. Q. Matemática e Tecnologias Digitais: Benefícios e desafios na perspectiva de Professores da Educação Básica. **ARACÊ**, [S. l.], v. 7, n. 8, p. e7606, 2025. DOI: 10.56238/arev7n8-260.

Palavras-chave: Investigação Matemática; Tecnologias Digitais; Pontos Notáveis de um Triângulo; Geometria; Objetos Virtuais de Aprendizagem.

Nº de Registro no sistema Prisma: PES-2025-0106

Financiamento

