

## MODELO PADRÃO E CÁLCULOS PERTURBATIVOS

GABRIEL VINCIUS VIAN<sup>1 2\*</sup>, LEONARDO DE LIMA<sup>3 2</sup>, DANUCE MARCELE DUDEK<sup>4 2</sup>.

### 1. INTRODUÇÃO

Atualmente, a teoria científica mais bem sucedida no entendimento da estrutura elementar da matéria é o Modelo Padrão da Física de Partículas (MP), que “[...] sumariza tudo que sabemos sobre a estrutura fundamental da matéria e energia. Ele fornece uma imagem detalhada dos blocos de construção básicos a partir dos quais tudo é feito.”(OERTER, 2006, p. 10). O MP foi desenvolvido através da colaboração de vários cientistas ao longo do século XX e tem forte corroboração experimental (OERTER, 2006), tratando-se do modelo científico mais robusto que existe. Para o MP, as partículas elementares são os blocos básicos que constituem a matéria e pode-se interagir com as mesmas apenas na escala subatômica.

O modelo padrão contém dezoito partículas elementares que formam a matéria, sendo estas divididas em: *quarks*, *léptons* e bósons mediadores de interação. Os *quarks* (u, d, s, c, t e b) são seis partículas pontuais de carga  $q$  fracionária cujos estados ligados formam partículas compostas, ou *hádrons*<sup>5</sup>. Um próton  $p$ , por exemplo, é composto de dois *quarks* u ( $q = \frac{2}{3}e$ ) e um *quark* d ( $q = -\frac{1}{3}e$ ), de modo que a soma das cargas dos *quarks* gera a carga total do  $p$ . Já o nêutron  $n$  é composto de dois *quarks* d ( $q = -\frac{1}{3}e$ ) e um *quark* u ( $q = \frac{2}{3}e$ ), de modo que a soma das cargas dos *quarks* gera uma carga total nula.

Outras partículas elementares são os *léptons*<sup>6</sup>, família da qual fazem parte o elétron  $e^-$ , o múon  $\mu^-$ , o tau  $\tau^-$  e os neutrinos  $\nu$ . O  $\tau^-$  é uma partícula de carga elétrica  $q = -e$ , sendo aproximadamente 3000 vezes mais massivo que o  $e^-$ . O  $\mu^-$  também tem carga elétrica  $q = -e$ , e é aproximadamente 200 vezes mais massivo que o  $e^-$ . Os neutrinos  $\nu$  são partículas de massa muito pequena, próxima de zero, eles têm carga elétrica  $q = -e$ , e para cada *lépton* supracitado existe um neutrino associado ( $\nu_{e^-}$ ,  $\nu_{\mu^-}$ ,  $\nu_{\tau^-}$ ).

As partículas mediadoras são as responsáveis pelas interações que ocorrem entre as partículas elementares. O modelo padrão descreve três possíveis interações, cada uma mediada por uma partícula diferente: As interações eletromagnéticas, mediadas pela troca de partículas chamadas de fótons ( $\gamma$ ) entre partículas com carga elétrica (*quarks* e *léptons*), sendo responsáveis

<sup>1</sup>Licenciando em Física, Universidade Federal da Fronteira Sul, campus Realeza, contato: gabrielvian2010@hotmail.com

<sup>2</sup>Grupo de pesquisa em Física de Altas Energias

<sup>3</sup>Doutor em Física pelo IF-USP, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, **Co-orientador**

<sup>4</sup>Doutora em Física pelo IFT, Universidade Federal da Fronteira Sul, **Orientadora**

<sup>5</sup>Que significa grande e massivo em grego, nome dado em 1958, pelo físico Russo Lev B. Okun (1929 – 2015), às partículas compostas (OKUN, 1962).

<sup>6</sup>Do grego, leve. Esse nome também foi cunhado por Lev B. Okun (OKUN, 1962).

pela atração ou repulsão eletrostática entre partículas. As interações via força fraca, que se dão através da troca de  $W^\pm$  e  $Z^0$  por partículas com carga fraca (*quarks* e *léptons*), sendo tal força responsável por decaimentos radioativos na natureza. E a interação via força forte, que se dá pela troca de glúons  $g$  entre partículas com carga cor (*quarks*), sendo responsável por manter os *quarks* unidos dentro dos hádrons e manter o núcleo atômico coeso. Por fim, há o Bóson de Higgs  $H$ : uma partícula de spin zero descoberta em 2012, no Grande Colisor de Hádrons (LHC), responsável por gerar a massa das outras partículas.

Além dessas dezoito partículas elementares, também existem antipartículas associadas as partículas, que possuem massa idêntica, e cargas opostas a estas. O presente trabalho se justifica por introduzir o aluno a uma área de pesquisa fundamental e de grande atividade na Física, a Física de Partículas Elementares, incluindo seus métodos teóricos e experimentais, bem como ao ferramental teórico e matemático que será de grande utilidade na carreira de pesquisador em Física.

## 2. OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo geral apresentar previsões teóricas do MP para seção de choque de uma interação eletromagnética descrita pela Eletrodinâmica Quântica (QED) e confrontar essa previsão com dados experimentais. Objetiva-se também apresentar o MP, explicar os diagramas de Feynman, bem como seu papel no estudo das interações e descrever os métodos matemáticos para o cálculo de seção de choque.

## 3. METODOLOGIA

Para realização do presente trabalho foram estudados e reproduzidos os cálculos apresentados em Halzen e Martin (1984) para se obter a seção de choque. Para um aprofundamento a respeito de teoria perturbativa estudou-se Sakurai (2013), Bender e Orzag (1999) e Halzen e Martin (1984), e para o estudo dos diagramas de Feynman seguiu-se Griffiths (2008) e Halzen e Martin (1984).

Para o estudos das interações parte-se dos diagramas de Feynman. Segundo Aguilar (2018) os diagramas são representações de como as partículas interagem segundo um modelo ou teoria do MP (como a QED por exemplo). O Diagrama 1 representa a interação simples entre dois  $e^-$ . Convencionando-se que o tempo corre da esquerda para a direita, um  $e^-$  entra, troca um  $\gamma$  com outro  $e^-$ , comunicando assim sua presença, os dois sentem uma repulsão (interagem) e saem - continuam sendo  $e^-$ . No diagrama 2 um par  $e^-e^+$  se aniquilam no vértice da esquerda, se convertem em um  $\gamma$  virtual que depois gera um par  $\mu^-\mu^+$ . Processos de aniquilamento e criação de novas partículas como esse existem na natureza e respeitam todas as leis de conservação da Física.

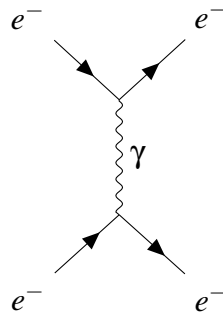


Diagrama 1: Espalhamento  $e^-e^-$ .

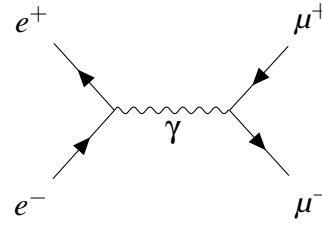


Diagrama 2: Espalhamento  $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ .

Diagramas feitos com o *package* de ELLIS (2017).

Utilizando técnicas conhecidas como Regras de Feynman, pode-se extrair do diagrama a amplitude invariante  $\mathfrak{M}$  que quantifica a contribuição desse diagrama para a probabilidade do espalhamento acontecer. O  $\mathfrak{M}$  emerge do cálculo da amplitude de probabilidade de transição do sistema do estado inicial (i) para o final (f)  $T_{if}$ , que é calculado a partir da equação de campo que descreve as partículas envolvidas nas interações.

A  $T_{if}$  só pode ser obtida via métodos de Teoria Perturbativa (TP), que são métodos matemáticos para obtenção de soluções aproximadas para problemas envolvendo parâmetros pequenos ( $\epsilon$ ) (BENDER e ORZAG, 1999). No estudo de espalhamentos com TP, o parâmetro perturbativo  $\epsilon$  é o potencial presente na equação de campo ( $V$ ), assim as série perturbativas são expandidas a partir de potenciais. É de interesse conhecer  $\mathfrak{M}$ , pois a seção de choque  $\sigma$  de um dado espalhamento depende da mesma, e na prática a  $\sigma$  é um observável medido nos experimentos. A  $\sigma$  é uma medida da probabilidade do um processo ocorrer, dadas algumas condições iniciais.

A partir das regras de Feynman não se faz necessário calcular  $T_{if}$ , sendo assim obtém-se a  $\mathfrak{M}$  diretamente do diagrama. Para o diagrama 2, pode-se aplicar as regras de Feynman obtendo-se:

$$-i\mathfrak{M} = \bar{v}_{e^+}(ie\gamma^\mu)u_{e^-} \left( \frac{-ig_{\mu\nu}}{p_{TOT}^2} \right) v_{\mu^+}(ie\gamma^\nu)\bar{u}_{\mu^-} \quad (1)$$

Na expressão (1):  $i$  é a unidade imaginária, os termos  $v$  são os spinores associados às antipartículas,  $e$  é a carga elétrica elementar,  $\gamma^\mu$  e  $\gamma^\nu$  são vetores cujas componentes são as matrizes de Dirac ( $\gamma^0, \gamma^1, \gamma^2$  e  $\gamma^3$ ), os termos  $u$  são os spinores associados às partículas,  $g_{\mu\nu}$  é o tensor métrico, uma matriz  $4 \times 4$  cuja diagonal é  $(+1, -1, -1, -1)$  e  $p_{TOT}$  é o quadrimomento total carregado pela partícula virtual. Os spinores adjuntos ( $\bar{u}$  e  $\bar{v}$ ) são dados por  $u^\dagger\gamma^0$ , onde  $\dagger$  é o conjugado hermitiano do spinor.

Nota-se que no processo descrito pelo diagrama 2 há a presença de antipartículas:  $e^+$  e  $\mu^+$ . Nos diagramas antipartículas são representadas como partículas andando para trás no tempo, com momento e energia negativos. Esse tratamento para as antipartículas foi originalmente proposto pelo físico John A. Wheeler (1911–2008) em 1940, professor orientador de R. Feynman na Universidade de Princeton (OERTER, 2006). A partir da eq. (1) pode-se calcular a

seção de choque do espalhamento no referencial do centro de momento  $CM^7$ , dado por

$$\sigma(e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+)|_{CM} = \int_{\theta} \int_{\phi} \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{p_f}{p_i} |\mathfrak{M}|^2 \sin(\theta) d\theta d\phi \quad (2)$$

Na expressão (2):  $\theta$  e  $\phi$  são ângulos polar e azimutal com respeito à direção inicial do feixe e caracterizam o espalhamento,  $p_f$  e  $p_i$  são, respectivamente, os módulos dos momentos final e inicial de partículas que interagem durante o espalhamento e  $s$  é a energia total das partículas no CM.

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Após os cálculos, obtêm-se a seção do choque para o espalhamento do Diagrama 2. A seção de choque está escrita em termos da energia total das partículas do sistema ao quadrado ( $s$ ) é

$$\sigma(e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+)|_{CM} = \frac{4\pi\alpha^2}{2s} \quad (3)$$

onde  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$ . A eq. (3) tem uma forma simples e codifica em si a variação da seção de choque desse processo em função da energia das partículas originais.

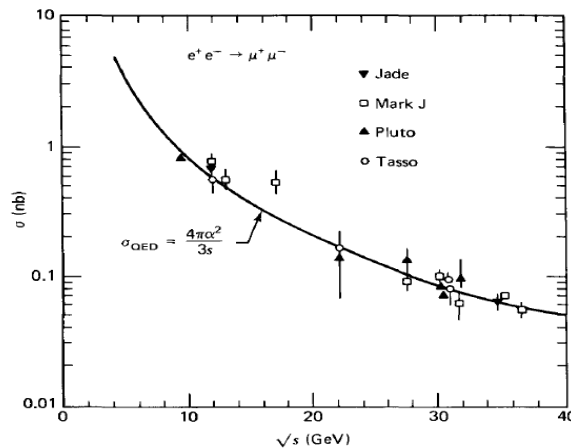


Figura 1: Seção de choque do espalhamento  $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$  em função da energia do centro massa  $\sqrt{s}$ . A curva é dada pela equação 3 e o pontos experimentais foram coletados no acelerador PETRA. Fonte: HALZEN e MARTIN, 1984.

Analisando-se a curva obtida por meio da equação (3) e comparando-o com os resultados experimentais do acelerador PETRA (*Positron-Electron Tandem Ring Accelerator*) é possível observar que a predição teórica descreve muito bem os dados experimentais. A partir da análise do gráfico da Figura 1 é possível perceber que a probabilidade desse espalhamento acontecer diminui com o aumento da energia inicial do par  $e^-e^+$ .

Esse resultado foi obtido a partir da Eletrodinâmica Quântica (QED), a teoria das interações eletromagnéticas, que teve sua forma final constituída a partir das contribuições (independen-

<sup>7</sup>Referencial onde os momentos espaciais totais do sistema são nulos, e onde a energia para criação de partículas é máxima.

tes) de Richard Feynman (1918–1988), Julian Schwinger (1918–1994) e Sin-Itiro Tomonaga (1906–1979) (AGUILAR, 2018). A QED teve êxito em sua descrição das interações eletromagnéticas e serviu de modelo para as outras teorias de interação que viriam posteriormente como a Teoria da Força Fraca (TFF) e a Cromodinâmica Quântica (QCD) (GRIFFITHS, 2008)).

## 5. CONCLUSÃO

O trabalho teve como objetivos apresentar o MP sendo expostos os métodos matemáticos do mesmo e seus conceitos mais fundamentais, juntamente com alguns elementos históricos da formulação dessa teoria. O objetivo geral foi realizar uma previsão teórica no âmbito da QED e compará-la com os resultados experimentais.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUILAR, Arlene Cristina. Diagramas de Feynman: O poder de uma imagem. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 40, 2018.

BENDER, Carl M.; ORZAG, Steven A. **Advanced Mathematical Methods for Scientists and Engineers I - Asymptotic Methods and Perturbation Theory**. Nova Iorque : Springer, 1999.

ELLIS, Joshua P. Tikz-feynman: Feynman diagrams with tikz. **Computer Physics Communications**, v. 210, p. 103-123, 2017.

GRIFFITHS, David. **Introduction to elementary particles**. 2. ed. Weinheim: John Wiley and Sons, 2008.

HALZEN, Francis.; MARTIN, Alan. D. **Quarks and Leptons: An Introductory Course In Modern Particle Physics**. Nova Iorque: John Wiley and Sons, 1984

OERTER, Robert. **The Theory of Almost Everything: The Standard Model, the Unsung Triumph of Modern Physics**. Nova Iorque: Plume Printing, 2006.

OKUN, L. B. The theory of weak interaction. In: **1962 International Conference on High-Energy Physics at CERN**. 1962. p. 845.

OSTERMANN, Fernanda. Um texto para professores do ensino médio sobre partículas elementares.0 **Revista brasileira de ensino de física**. São Paulo. Vol. 21, n. 3 (set. 1999), p. 415-436, 1999.

SAKURAI, Jun John.; NAPOLITANO, Jim. **Mecânica quântica moderna**. 2a ed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

**Palavras-chave:** Modelo Padrão; Física de Partículas; Cálculos Perturbativos.

**Número de Registro no sistema Prisma:** PES-2020-0373

**Financiamento:** Fundação Araucária.