



EXPLORAÇÃO DE UMA TAREFA INVESTIGATIVA: O QUE CONJECTURAM OS ALUNOS DOS ANOS INICIAIS ACERCA DE VOLUME?

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt (mrehfeldt@univates.br)

Ieda Maria Giongo (igiongo@univates.br)

Marli Teresinha Quartieri (mtquartieri@univates.br)

Sônia Elisa Marchi Gonzatti (soniag@univates.br)

Eixo temático: Experiências e Práticas Pedagógicas.

1. INTRODUÇÃO

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) propõe, no que tange à Matemática do Ensino Fundamental, cinco unidades temáticas e correlacionadas, a saber: números, álgebra, geometria, grandezas e medidas e probabilidade e estatística. Especificamente, em grandezas e medidas está expresso:

As medidas quantificam grandezas do mundo físico e são fundamentais para a compreensão da realidade. Assim, a unidade temática Grandezas e medidas, ao propor o estudo das medidas e das relações entre elas – ou seja, das relações métricas –, favorece a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Ciências (densidade, grandezas e escalas do Sistema Solar, energia elétrica etc.) ou Geografia (coordenadas geográficas, densidade demográfica, escalas de mapas e guias etc.) (BRASIL, 2017, p. 273).

Em adição, o documento normativo expressa que os problemas envolvendo grandezas e medidas devem estar relacionadas com o cotidiano do aluno e podem contemplar ideias de comprimento, de massa, de tempo, de temperatura, área e capacidade e volume, **sem uso de fórmulas**, mas recorrendo a “transformações entre unidades de medida padronizadas mais usuais” (BRASIL, 2017, p. 273, grifos dos autores).

Ainda, na BNCC, analisando as unidades temáticas e objetos de aprendizagem, por ano, pode-se observar a inclusão do termo medidas de capacidade desde o primeiro ano. Nos anos subsequentes, a compreensão dos termos é ampliada e, no 5º ano, aparece pela primeira vez a expressão volume. Foi pensando neste objeto de conhecimento que o grupo de pesquisa denominado “Práticas, ensino e currículos” vem desenvolvendo suas práticas, com vistas a observar quais os resultados oriundos da exploração de tarefas investigativas junto a alunos dos Anos Iniciais.

A partir deste entendimento, o grupo de pesquisa propôs-se a pesquisar “Como um grupo de alunos dos anos iniciais constrói, a partir de uma folha de papel, uma caixa para ‘caber’ o maior volume de areia/cubinhos de madeira possível?”.

Portanto, este artigo tem por objetivo ilustrar como um grupo de alunos do 5º ano construiu uma caixa sem tampa para conter a maior quantidade de areia/cubinhos possível. Denominada de tarefa investigativa, a situação foi planejada em conjunto envolvendo algumas professoras que atuam na escola, pesquisadoras vinculadas a uma universidade e bolsistas de iniciação científica. O pressuposto da construção coletiva foi pesquisar “com a escola” e não apenas “na escola”, tampouco “sobre a escola”.

E para explicitar melhor o que são tarefas investigativas, aborda-se, a seguir, alguns pressupostos teóricos. Posteriormente, é descrita a metodologia usada e os principais resultados obtidos.

2. ALGUNS PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Analisando a expressão “tarefa investigativa” pode-se pensar na junção de duas palavras que apresentam um sentido próprio, cada uma. Recorrendo ao dicionário Larousse Cultural, encontra-se a seguinte definição: tarefa é um “trabalho que se deve executar dentro de um prazo”. Já para o verbo investigar encontrou-se: “seguir os vestígios; pesquisar, inquirir, indagar; examinar com cuidado”. A partir disso, pode-se empreender que uma tarefa investigativa é um trabalho de pesquisa, com cuidado, que necessita ser realizado dentro de um determinado tempo.

Corroborando com os pressupostos anteriormente descritos, Lamonato e Passos (2011) enfatizam que investigar é procurar algo, questionar, querer saber. O protagonista, neste cenário, é o aluno que, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 23),

é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização das provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e professor.

Ainda, de acordo com Ponte, Quaresma e Branco (2011), as tarefas investigativas requerem uma interpretação atenta da situação para que o aluno possa construir representações adequadas e desenvolver novos conceitos¹. Complementando, Ponte (2003) menciona que tarefas investigativas são abertas e possuem um grau de dificuldade elevado, podendo também incorporar questões, ou seja, situações para as quais não se tem uma única resposta. No entanto, quando o aluno defende sua conjectura, precisa explicitar a estratégia escolhida e apresentar a forma de pensar.

No que concerne ao professor, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), ele tem o papel de mediador, ou seja, deve instigar, perguntar, questionar e interrogar o aluno a todo instante. Ademais, o professor precisa proporcionar um ambiente acolhedor de forma que o aluno possa se expressar livremente acerca das suas conjecturas. Neste sentido, também Vigotski comenta acerca da importância da mediação da aprendizagem que, neste caso ocorre em função das relações que ocorrem entre os alunos e o professor. Para Vigotski (1984) apud Carvalho (2013, p. 3-4), “as mais elevadas funções mentais do indivíduo emergem de processos sociais”.

Quanto ao desenvolvimento de uma tarefa investigativa, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 20):

¹ Caso o leitor tenha interesse em ler acerca do ensino investigativo em Ciências, sugerimos a leitura de trabalhos de Anna Maria Pessoa Carvalho.

Podemos dizer que a realização [...] envolve quatro momentos principais. O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado.

E foi embasado nos quatro momentos propostos pelos autores anteriormente mencionados que a prática da construção de caixa de papel foi explorada. Na seção a seguir estão descritos os detalhes da exploração da tarefa investigada.

3. CONTEXTO E DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

A tarefa investigativa foi explorada a partir dos quatro momentos propostos por Ponte, Brocardo e Oliveira (2009). Ela foi planejada em uma das reuniões do grupo de pesquisa do qual fazem parte professoras dos Anos Iniciais, pesquisadoras e bolsistas de iniciação científica. O papel inicial das professoras da escola básica foi avaliar se determinada tarefa poderia ser explorada com os alunos de suas turmas e mencionar quais materiais estão disponíveis na escola. Assim, para confeccionar a caixa, colocou-se à disposição dos alunos os seguintes materiais: uma folha de ofício A4 por grupo; fita durex; cola, régua, areia; medidor de areia (balde); material dourado [incluindo “placas” de 10 cm x 10 cm, “barras” de 10 cm por 1 cm e “unidades” de 1 cm x 1 cm, todos com um centímetro de “altura”. A descrição da tarefa investigativa, entregue de forma impressa aos alunos do 5º ano, continha as seguintes perguntas (Quadro 1):

Quadro 1: Tarefa investigativa proposta aos alunos

1 - Com a folha fornecida, construa uma caixa sem tampa de modo que caiba a maior quantidade de areia possível. Como o grupo pensou para que coubesse a maior quantidade?

2 - Repita a operação colocando os cubinhos no lugar da areia. Quantos cubinhos foram utilizados?

Fonte: As pesquisadoras (2021)

Os procedimentos e orientações ocorreram da seguinte forma. Inicialmente, as turmas foram divididas em grupos de 4 ou 5 alunos. Posteriormente, foi entregue uma folha de ofício para cada grupo. Com a referida folha, os grupos confeccionaram uma caixa para caber a maior quantidade de areia, segundo a percepção do grupo. À medida que necessitavam, os alunos solicitavam fita adesiva ou cola para “fechar” as laterais da caixa. A imagem de um grupo construindo a caixa está contemplada na Figura 1.

Figura 1: Construção da caixa de areia



Fonte: dos autores (2021)

A partir da caixa construída, cada grupo requisitou um balde de, aproximadamente 3 litros, com areia para encher a caixa, sob a orientação das professoras (FIGURA 2).

Figura 2: Caixa de areia e o balde com a areia disponibilizada



Fonte: dos autores (2021)

Quando houve dúvida, as professoras ou as pesquisadoras ajudavam os grupos com orientações, exercendo o papel de mediadoras. No final da prática, cada grupo mostrou sua caixa construída e explicou como a construiu de forma a caber a maior quantidade de areia. Após, mensuramos a quantidade de areia que tinha em cada caixa, transpondo a areia dentro da caixa para outro recipiente e marcando com pincel a altura alcançada, conforme ilustra a Figura 3.

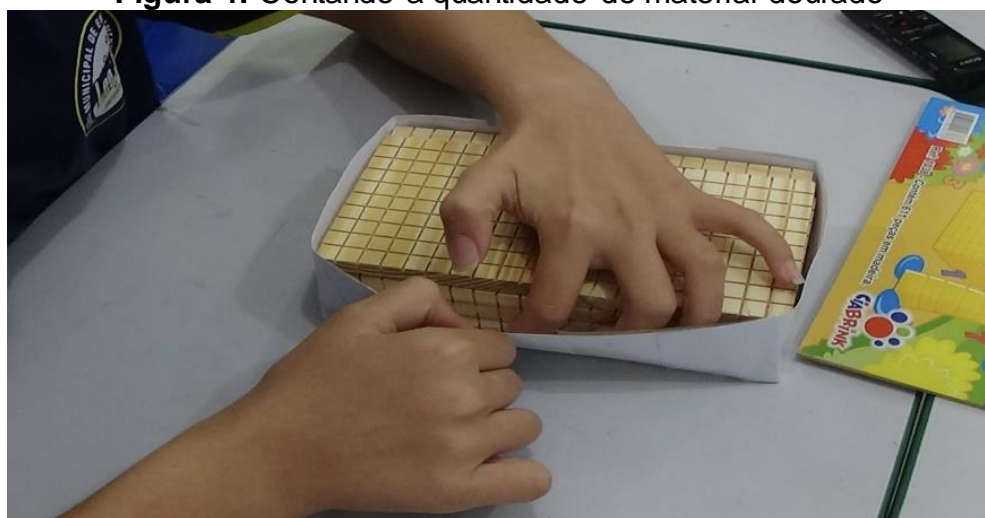
Figura 3: Transbordo de areia da caixa para o balde medidor



Fonte: dos autores (2021)

Depois desta atividade, foi solicitado que os alunos esvaziassem as caixas nas quais foi introduzida a areia e inserissem cubinhos de material dourado. Foi sugerido aos alunos posicionarem os cubinhos por linhas e colunas de tal forma a preencher o “fundo” da caixa (FIGURA 4).

Figura 4: Contando a quantidade de material dourado



Fonte: dos autores (2019)

Eles também foram desafiados a pensar como poderiam calcular esta quantidade e se seria necessário preencher toda a caixa para encontrar este número. Cabe ressaltar que o objetivo foi evidenciar algumas noções de volume.

Com as imagens capturadas no decorrer da prática, a seguir, descreve-se a forma como os alunos responderam ao questionamento para a construção da caixa.

4. ANÁLISE E DISCUSSÃO DO RELATO

Nesta seção são apresentadas as justificativas para a construção da caixa de areia dos alunos do 5º ano. Para fins de ilustração de resultados, as respostas das duas turmas de alunos foram analisadas de forma conjunta, como se fosse uma única turma. Ademais, os grupos de alunos foram denominados de Grupo 1, Grupo 2 e assim sucessivamente.

Para a resolução, cada grupo realizou a tarefa de uma maneira diferente como pode ser visto no Quadro 2.

Quadro 2: Atividade e justificativa para a construção da caixa

Atividade	Respostas dos alunos para as perguntas
1 - Com a folha fornecida, construa uma caixa sem tampa de modo que caiba a maior quantidade possível de areia	Grupo 1: <i>"Fazendo dobras e pensando como a areia iria caber."</i>
	Grupo 2: <i>"Pensamos em fazer uma caixa de sapatos e medir corretamente até mesmo para que ficasse de maior altura."</i>
	Grupo 3: <i>"Pensamos em fazer uma caixa de sapatos sem tampa."</i>
	Grupo 4: <i>"Pensamos em fazer com o mesmo tanto de profundidade e largura."</i>
	Grupo 5: <i>"Pensamos em moldar a caixa em 5 partes eliminando a parte de cima que é a tampa."</i>
	Grupo 6: <i>"Nós 4, cada um fez uma caixa e vimos qual foi a maior caixa e a mais comprida é a que escolhemos."</i>

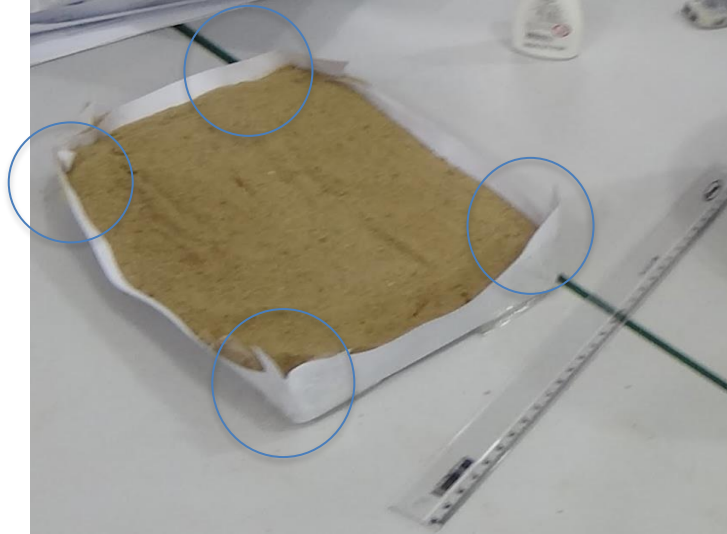
Fonte: As pesquisadoras (2021)

Analisando as estratégias usadas pelos grupos, pode-se perceber que dois deles se embasaram no modelo de caixa de sapatos e outro de realizar as dobras (nos cantos da folha). O grupo 6 resolveu, inicialmente, criar protótipos "como se fossem rascunhos" e depois discutir qual seria o modelo escolhido. Distintamente, o grupo 4 pensou que o melhor formato seria de um "cubo", embora não usassem este nome, mas comentaram: "Pensamos em fazer com o mesmo tanto de profundidade e largura".

A conjectura de "o mesmo tanto de profundidade e largura" ilustra que este grupo pensou, discutiu e planejou, corroborando com o que afirmam Lamonato e Passos (2011) acerca do que é investigação matemática, ou seja, é procurar algo, questionar e querer saber, no caso, qual modelo de caixa caberia a maior quantidade de areia. Ainda o grupo 6, antes de compartilhar sua conjectura com os demais colegas, realizou provas e refutações (PONTE, BROCARDIO e OLIVEIRA (2009), pois cada um propôs, inicialmente e individualmente, um modelo de caixa.

Ainda com relação à construção das caixas, a maioria dos grupos iniciou pela dobradura de um quadrado nos quatro cantos da folha de papel, conforme ilustrado na Figura 5, por meio de circunferências azuis. No entanto, mesmo com a régua disponibilizada, poucos a usaram para medir o canto da caixa, ou seja, confirmar se realmente a dobradura era um quadrado. Portanto, o uso da régua não se constituiu como uma estratégia de resolução da tarefa investigativa, conforme foi postulado pelas pesquisadoras.

Figura 5: Caixa já construída com as dobraduras nos quatro cantos



Fonte: dos autores (2021)

Após todos os grupos apresentarem suas propostas de caixa, a quantidade de areia foi mensurada de forma coletiva para que todos os grupos observassem qual seria o formato melhor, ou seja, em qual modelo de caixa caberia mais areia. Este momento foi muito interessante, pois os alunos visualizaram a exploração da tarefa como se fosse uma competição e cada qual torcia para que sua caixa fosse a que mais caberia areia.

Depois disso, foi proposta mais uma tarefa. Ao invés de colocar areia, deveriam posicionar cubinhos de madeira [material dourado] na caixa. As respostas dos alunos estão no Quadro 3.

Quadro 3: Conjecturas usadas pelos grupos para a segunda tarefa investigativa

Atividade	Respostas dos alunos para as perguntas
2 - Repita a operação colocando cubinhos no lugar da areia.	Os grupos pensaram de diversas formas. Um dos grupos, por exemplo, foram contando o material dourado de 10 em 10 totalizando 900.
	Outro grupo foi colocando de forma organizada, cabendo 1008 cubinhos.
	Diferentemente dos outros grupos, o grupo 1 foi medindo a caixa e colocando o material dourado de acordo com as medições da caixa, totalizando 672 cubinhos.

Fonte: As pesquisadoras (2021)

Como se pode observar pelas respostas, os grupos não colocaram uma unidade por vez, mas sim, de 10cm em 10 [dezenas] ou ainda “placas” de 10cm por 10cm, constituindo-se uma centena. Com isso afirmaram que conseguiriam preencher de forma mais rápida a caixa. Em termos de quantidade de cubinhos, percebe-se que houve uma grande diferença entre os grupos [672, 900 e 1008]. Ainda vale mencionar que alguns grupos, após serem instigados pelas professoras e pesquisadoras, conjecturaram que não haveria necessidade de contar de um em um, mas que poderiam multiplicar as duas dimensões [comprimento e largura] e depois verificar quantos “andares” caberiam na caixa. Por fim multiplicar estas medidas.

O que se pode inferir depois de relatar a exploração de uma tarefa investigativa, é que foi possível desafiar os alunos a pensar, a investigar, a conjecturar e se comportar como um descobridor, contribuindo, assim, um despertar para a pesquisa.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao analisar as respostas obtidas e tomando como referencial teórico Ponte, Quaresma e Branco (2011), concorda-se que as tarefas investigativas exigiram dos alunos interpretação, investigação e construção. Ademais, permitiram a eles desenvolver novos conceitos, tais como volume. E como propõe a BNCC (BRASIL, 2017), foi possível iniciar explorar, por meio de uma situação cotidiana a noção de volume. Para nós pesquisadores foi uma experiência relevante, haja vista que por alguns anos não atuávamos nos Anos Iniciais. Também ficamos surpresos com a motivação das crianças e com o empenho delas na resolução da tarefa dada.

Retomando o problema de pesquisa inicialmente proposto “Como um grupo de alunos dos anos iniciais constrói, a partir de uma folha de papel, uma caixa para caber o maior volume de areia/cubinhos de madeira possível?”, podemos inferir que: a) os grupos iniciaram a confecção da caixa dobrando os quatro cantos da folha; b) não usaram a régua para realizar mensurações mais precisas; c) discutiram, em grupo, distintos formatos, inspirados em caixas de sapato ou propondo recipientes com a mesma profundidade e largura; d) sugeriram que a quantidade de cubinhos de 1 cm^3 que caberia nesta caixa não precisaria ser contada de um em um, mas que poderiam multiplicar as linhas pelas colunas e depois ver quantas “camadas” iriam ter. Por fim, multiplicar as três dimensões.

A partir de observações que ocorreram no decorrer da prática sugere-se novas explorações que contemplem a noção de volume e que se utilize papel mais resistente para não amassar a caixa. Em adição, há que se ter um cuidado com a areia para que esta não esteja úmida, tampouco seja comprimida, pois ambas possibilidades poderão deformar a caixa.

Por fim, reitera-se que esta tarefa investigativa pode ser desenvolvida com outro tipo de material, não necessariamente areia. Pode-se realizar ela usando, por exemplo, açúcar, grãos de milho, arroz, feijão, bolinhas de isopor, entre outros. Recomenda-se não usar materiais que deixem espaços grandes entre as unidades.

6. REFERÊNCIAS

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Educação é a Base. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 08 ago. 2019.

CARVALHO, A. M. P. **Ensino de Ciências por investigação**: condições para implementação em sala de aula. São Paulo: Cengage Learning, 2013.

LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B. Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. Zetetike, Campinas, SP, v. 19, n. 2, 2012. DOI: 10.20396/zet.v19i36.8646625.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PONTE, J.P. Investigar, ensinar e aprender. **Actas** do ProfMat 2003 (CD-ROM, pp. 25-39). Lisboa: APM, 2003.

PONTE, J.P.; QUARESMA, M; BRANCO, N. Tarefas de exploração e investigação na aula de Matemática. **Educação Matemática em Foco**, Lisboa, v. 1, n. 1, p. 9-29. 2012.