



TAREFAS INVESTIGATIVAS DESENVOLVENDO O PENSAMENTO ALGÉBRICO NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Marli Teresinha Quartieri (mtquartieri@univates.br)

Ieda Maria Giongo (igiongo@univates.br)

Márcia Jussara Hepp Rehfeldt (mrehfeld@univates.br)

Sônia Elisa Marchi Gonzatti (soniag@univates.br)

1. INTRODUÇÃO

Na pesquisa intitulada “Ciências Exatas da Escola Básica ao Ensino Superior”, o subprojeto intitulado “Ensino-aprendizagem-avaliação em Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: atividades exploratório–investigativas e formação docente”, tem como um de seus objetivos específicos planejar, desenvolver e avaliar com docentes dos Anos Iniciais, atividades exploratório-investigativas, com ênfase na Geometria e Álgebra, para posterior exploração com os estudantes. Neste contexto, uma das ações foi a realização de encontros com um grupo de oito professores dos Anos Iniciais de duas escolas da rede municipal de Estrela/RS em uma Instituição de Ensino Superior de Lajeado/RS. Em tais momentos, foram planejadas, discutidas e problematizadas tarefas investigativas para o desenvolvimento do pensamento algébrico nos Anos Iniciais. Concomitantemente a tais momentos, houve exploração e avaliação das tarefas com os estudantes deste grupo de professores. O objetivo deste relato é socializar os resultados decorrentes da exploração das tarefas investigativas envolvendo pensamento algébrico com alunos do 2º. e 3º. anos do Ensino Fundamental.

Luna e Souza (2013, p. 832), comentam a importância de oportunizar situações de aprendizagem utilizando conhecimentos algébricos desde os Anos Iniciais, “até então denominados de pré-álgebra, ampliando-os paulatinamente no decorrer da escolaridade, para uma compreensão algébrica mais estrutural”. Ibrahim, Rezende e Silva (2013, p. 149) ressaltam que “o desenvolvimento do pensamento algébrico se inicia tão logo a criança começa a generalizar algumas relações, por exemplo, as relações de igualdade e a de ordem”. Essa também é a concepção do grupo de pesquisadores que realizou este trabalho.

Para desenvolver o pensamento algébrico foi utilizada a metodologia da Investigação Matemática, a qual segundo Lamonato e Passos (2011), está associada à ideia de procurar, questionar, querer saber. Assim, são proporcionadas aos estudantes questões abertas para que, em pequenos grupos, sejam formuladas diferentes conjecturas e estratégias de resolução. A Investigação Matemática, de acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), contempla quatro momentos: o reconhecimento da situação e a sua exploração; o processo de formulação de conjecturas (hipóteses); a efetivação de testes e o aprimoramento das estratégias elaboradas; à socialização dos resultados encontrados. Segundo estes autores, o uso da investigação matemática desenvolve a escrita matemática (as conjecturas e estratégias precisam ser descritas detalhadamente), o trabalho em grupo (atividades devem ser realizadas em pequenos grupos) e a socialização. Salienta-se ainda que durante a realização de tarefas investigativas, o professor deve assumir uma postura de mediador, instigando e desafiando os alunos na realização das tarefas propostas.



Assim, na seção 2, serão descritas três tarefas exploradas com os alunos do 2º e 3º anos de uma das escolas parceiras da pesquisa. Na seção 3, serão apresentados os resultados, salientando algumas das estratégias e conjecturas elaboradas pelos referidos alunos. Na seção 4, destacam-se as conclusões que podem ser inferidas após o desenvolvimento das tarefas. E, por fim, citam-se as referências utilizadas neste trabalho.

2. CONTEXTO E DETALHAMENTO DAS ATIVIDADES

A Investigação Matemática, defendida por Ponte, Brocardo, Oliveira (2009) parte da ideia de o aluno investigar, envolvendo-se desde a primeira exploração da tarefa proposta, intervindo na elaboração e generalização de resultados, descobrindo e desafiando-se à medida que descobre novas possibilidades de respostas. As tarefas investigativas devem ter um caráter mais aberto, fomentando o uso de estratégias de resolução diferentes, bem como de elaboração de conjecturas variadas.

Ciente destes aspectos, o grupo de pesquisa composto por quatro professoras pesquisadoras e quatro bolsistas de iniciação científica de uma Instituição de Ensino Superior de Lajeado/RS, em conjunto com oito professoras de duas escolas parceiras do município de Estrela/RS, realizaram reuniões quinzenais de estudo, no ano de 2019. Nestas reuniões, um dos focos foi a elaboração de tarefas investigativas a serem exploradas com os alunos dos Anos Iniciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Destaca-se que, nestas reuniões, as tarefas também eram exploradas e discutidas as possíveis estratégias de resolução e conjecturas que os alunos, de cada nível de escolaridade, poderiam elaborar.

Após a conclusão das tarefas, duas pesquisadoras e duas bolsistas foram até as turmas das professoras para aplicar as tarefas. Houve, cinco intervenções em cada turma de alunos. Em cada intervenção, eram exploradas duas ou três tarefas (dependia da complexidade da tarefa). As turmas em que explorou-se as tarefas socializadas neste relato foram: uma turma de 2º ano com 20 alunos e uma turma de 3º ano com 22 alunos, sendo ambas as turmas de uma mesma escola parceira. Foram exploradas as mesmas questões nas duas turmas.

Salienta-se que a professora da turma ficava todo o tempo junto com as pesquisadoras, auxiliando quando necessário. Entretanto, quem fazia a orientação inicial e a socialização das respostas era uma das pesquisadoras. Isso ocorreu, por solicitação das professoras, pois estas comentaram que se sentiam inseguras em efetivar as tarefas investigativas com seus alunos.

De acordo com a metodologia da Investigação Matemática, inicialmente a turma foi dividida em pequenos grupos (de 3 a 4 alunos, por grupo). Depois, as pesquisadoras entregavam a folha com uma tarefa a cada grupo. Solicitava-se que os alunos deveriam ler e discutir sobre as possibilidades de respostas, sempre em conjunto. No decorrer da resolução, as pesquisadoras, os bolsistas e a professora da turma passavam pelos grupos tirando dúvidas, se necessário, bem como instigando os alunos a usar estratégias diversificadas e elaborar diferentes conjecturas. Posteriormente, um dos alunos do grupo escrevia as resoluções do grupo na folha. Após esse momento, uma das pesquisadoras realizava a socialização das respostas em grande grupo, escrevendo a resposta no quadro e fomentando a veracidade das respostas e a viabilidade da estratégia. No final, a folha com as resoluções era recolhida para posterior análise e discussão, com o grupo de pesquisadores em conjunto com os professores da educação básica, nas



reuniões quinzenais. Também foram tiradas fotos de algumas respostas, em particular, no momento da socialização com toda a turma.

A seguir, nas figuras 1, 2 e 3, três tarefas propostas e discutidas com os alunos. Destaca-se que por falta de espaço não serão apresentadas todas as tarefas desenvolvidas.

Atividade: Sequência de tampinhas.

Observar a sequência de tampinhas a seguir:



Figura 1.

Figura 2.

Utilizar o material disponibilizado para representar essas figuras.

- a) Representar com as tampinhas a terceira figura, observando um padrão de sequência.
- b) Quantas tampinhas foram utilizadas nessa terceira figura? Como você pensou?

- c) Representar com as tampinhas a quarta figura, utilizando o mesmo padrão de sequência anterior.
- d) Quantas tampinhas foram utilizadas nessa quarta figura? Como você pensou?

Figura 01: Tarefa envolvendo “tampinhas”
Fonte: Adaptado de Ponte, Brocardo e Oliveira, 2009.

CONTINUE A SEQUENCIA COM 3 POSSIBILIDADES DIFERENTES

--	--	--	--	--	--

COMO VOCE PENSOU?

--	--	--	--	--	--

COMO VOCE PENSOU?

--	--	--	--	--	--

COMO VOCE PENSOU?

Figura 02: Tarefa envolvendo flechas
Fonte: Dos Autores



Atividade : Continue a sequência com três possibilidades diferentes.

a) **Primeira possibilidade:** 6, 10, _____, _____, _____, _____, _____

Como você pensou?

Segunda possibilidade: 6, 10, _____, _____, _____, _____, _____

Como você pensou?

Terceira possibilidade: 6, 10, _____, _____, _____, _____, _____

Como você pensou?

Figura 03: Tarefa envolvendo sequência numérica
Fonte: Dos Autores

Na próxima seção, serão apresentadas e discutidas algumas das resoluções dos alunos em relação as três tarefas investigativas.

3. ANÁLISE E DISCUSSÃO DO RELATO

A tarefa investigativa envolvendo “tampinhas” (Figura 01) foi a primeira tarefa explorada tanto com os alunos do 2º como do 3º ano. Após ter entregue a tarefa distribuiu-se “tampinhas” para os alunos resolverem a questão. O grupo de pesquisa achou pertinente começar com uma tarefa em que os alunos tivessem algum material concreto, pois este poderia auxiliar na resolução da tarefa. De acordo com Serrazina (1991) os materiais manipuláveis são instrumentos que auxiliam os alunos na compreensão e na aplicação de conceitos.

Os alunos então leram as instruções e começaram a colocar as tampinhas como disposto nas duas figuras da sequência (Ver Figura 01). Após, os grupos ficaram em silêncio e “sem ação”. Alguns comentaram: “E agora o que fazer?”. Neste momento, deixou-se tempo para os grupos, em conjunto, pensar e propor a continuidade da sequência. Apenas foi dito que deveriam pensar em uma regra que justificasse como iriam colocar as tampinhas na sequência. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2019) esse tipo de metodologia possibilita ao discente construir, em conjunto com outros alunos e professores, formas de resolver uma atividade, partindo do princípio de que se pode chegar a uma resposta por meio de vários caminhos, ou de chegar a múltiplas respostas. Os referidos autores expressam que nesta metodologia, deve-se observar o caminho que o educando percorreu e não somente o resultado final.

Os alunos do 2º ano tiveram mais dificuldades e levaram mais tempo para pensar em alguma resolução. Já os do 3º ano, logo iam dispendo as “tampinhas” cuidando da forma como ocorria a colocação das mesmas. A primeira ideia foi colocar mais 3 “tampinhas”, uma em cada ponta, ficando a figura e forma de um Y, como pode ser visualizado na figura 04 (à esquerda).

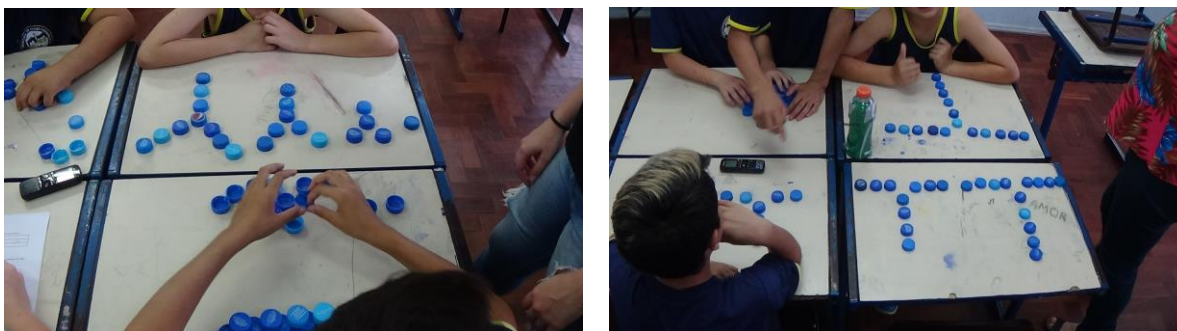


Figura 04: resolução em formato de Y (à esquerda) e em formato de T (à direita).
Fonte: Arquivo dos Pesquisadores

Observa-se, na Figura 4, que estes alunos aumentaram 3 “tampinhas” em cada figura, ficando a sequência do número de “tampinhas” em cada figura: 1, 4, 7, 10, 13, 16, Já um segundo grupo, também aumentou 3 “tampinhas” em cada figura, porém a disposição foi em linha (Figura 04, à direita).

O grupo desta segunda estratégia, considerou a figura como se fosse um T, justificando que aumentava uma “tampinha” na vertical e duas “tampinhas” na horizontal (uma de cada lado). Portanto, aumentava também 3 “tampinhas”. Estas duas soluções (que estão corretas) são respostas dos alunos do 2º ano. Observa-se que, mesmo que ambos os grupos aumentaram 3 “tampinhas” a disposição e a justificativa foi diferente. O uso do material concreto, ou seja, as “tampinhas” foi importante para que os alunos conseguissem resolver a tarefa.

No momento da socialização, discutiu-se a possibilidade de descobrir quantas “tampinhas” teria na figura 10. Um dos alunos do 3º ano, que pensou na figura formando um T, comentou que bastava pensar no seguinte: “vai ter 10 “tampinhas” na vertical e 9 “tampinhas” em cada lado do T na horizontal. E daí é só somar”. Portanto, seriam 28 “tampinhas” (resposta correta). Solicitou-se se todos tinham entendido. Muitos ficaram quietos. Então a pesquisadora, que estava socializando as respostas, fomentou a discussão no quadro, pedindo que o aluno explicasse no desenho que estava no quadro a sua conclusão. Depois solicitou-se quantas “tampinhas” teria a figura 50? Os alunos responderam: “é só somar 50 mais 49 mais 49!” Observou-se que os alunos encontraram uma regularidade da sequência formada, generalizando para outras figuras o número de “tampinhas” necessárias.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) definem a socialização como um momento no qual o professor deve estimular a comunicação entre os alunos, propondo que expliquem suas ideias, além de defender suas conjecturas e questionar as apresentadas de seus colegas. Portanto, os docentes têm o papel de intermediar esse momento, questionando as conjecturas apresentadas, além de observar se todos os alunos estão compreendendo o que está sendo exposto.

Em relação a tarefa da figura 02, os alunos conseguiram encontrar diversas respostas. Algumas das respostas socializadas no quadro, estão na Figura 05.



Figura 05: Respostas dos alunos do 2º ano.
Fonte: Arquivo das Pesquisadoras.

Observou-se que a ideia de solicitar mais de uma resposta, desafiou os grupos a pensar em ideias diferentes. A primeira ideia que surgiu, em ambas as turmas, foi a resolução que aparece na primeira linha da figura 05. Ou seja, as flechas de figura em ordem ímpar são verticais e apontam para cima (aumentando em uma flecha) e as de figura em ordem par, são horizontais e apontam para a direita (aumentando também em uma flecha). Em relação a sequência da quarta linha, questionou-se como seria a flecha da 20ª. figura. Uma aluna comentou vai ser para a direita. Questionou-se porque ela achava isso. Ela respondeu: é que na posição ímpar a flecha aponta para cima e na posição par sempre para a direita. Todos concordaram com ela. Assim, novamente os alunos conseguiram achar uma regularidade, generalizando a regra da sequência formada. Esta discussão ocorreu tanto no 2º. como no 3º ano, sem dificuldades.

Em relação as respostas para a tarefa da Figura 3, os alunos tanto do 2º ano como do 3º ano encontraram diversas respostas. No momento da socialização, todos os grupos queriam colocar todas as respostas. Solicitou-se que cada grupo falasse uma das sequências e os demais deveriam encontrar a regra que o grupo pensou. Esta forma de socialização fez com que os alunos ficassem entusiasmados com a aula, interessados em descobrir as regras e o tempo todo atentos para verificar se os colegas não tinham errado algum número da sequência. Na figura 06, algumas respostas do 3º ano.

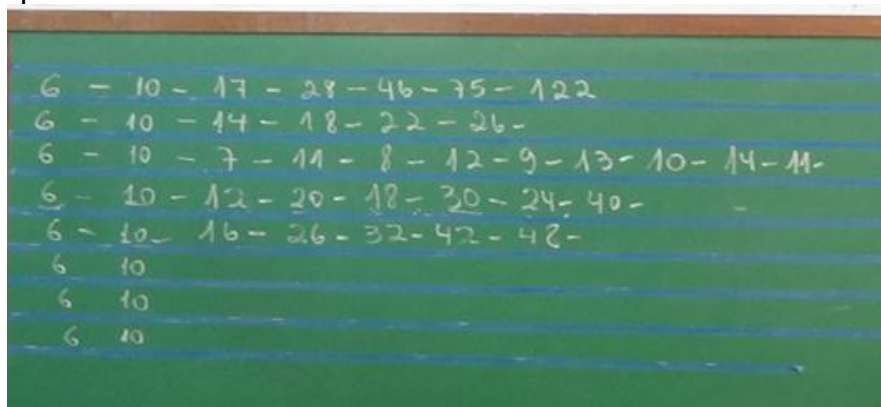


Figura 06: Respostas dos alunos do 3º ano na sequência numérica
Fonte: Arquivo dos Pesquisadores



Destaca-se que esta tarefa foi realizada na quarta intervenção em sala de aula do grupo de pesquisa. As professoras, das duas turmas, a cada intervenção ficavam mais admiradas e contentes com as resoluções encontradas. Na figura 06, por exemplo, observa-se que o grupo que socializou a primeira sequência: 6 – 10 – 17 – 28 – 46 – 75 – 122 pensou na seguinte regra: o número seguinte é sempre a soma dos dois anteriores mais um. Na segunda sequência, a regra é somar 4 (foi uma das possibilidades de todos os grupos das duas turmas). Na terceira sequência, a regra é continuar a sequência aumentando um em relação ao 6 e um em relação a 10, alternadamente. Na quarta sequência, a regra foi usar a lei do 6 e a lei do dez, alternadamente. Na quinta sequência, foi aumentar 6 e 10 alternadamente.

Observou-se que os alunos conseguiram elaborar regras/padrões para as sequências e os colegas descobriram as regularidades pensadas. Tais resultados corroboram com as ideias de Blanton (2008) ao afirmar que, entre as diversas formas de se expressar uma generalização, as crianças podem iniciar expressando as regularidades que observam com palavras o que pode auxiliar para, posteriormente, usar formas simbólicas de generalização.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a análise dos resultados das tarefas investigativas exploradas com os alunos do 2º e do 3º ano do Ensino Fundamental, pode-se inferir que há um campo bastante produtivo para o desenvolvimento de tarefas exploratório-investigativas relacionadas a álgebra, neste nível de escolaridade. Estes resultados são expressos por Bredariol e Nacarato (2013, p. 4) que comentam que a utilização de padrões pode proporcionar o “desenvolvimento da capacidade de generalização por alunos desde o início de seus estudos, pois proporciona a descoberta, possibilitando que os alunos estabeleçam propriedades numéricas ou geométricas”. Ademais, os autores aludem que utilizar o pensamento algébrico nas mais diferentes situações que se apresentam, abstraindo conceitos costumeiramente trabalhados apenas por meio da aritmética, é um desafio aos envolvidos. Ficam as reflexões: as tarefas investigativas são problematizadas em cursos de formação inicial de professores? Que conhecimento os professores têm sobre a importância e as formas de desenvolver o pensamento algébrico desde os Anos Iniciais?

Observou-se o encantamento dos professores com seus alunos no decorrer da resolução das tarefas e na socialização. Notou-se que quando os discentes eram instigados e desafiados a pensar em diferentes resoluções ou estratégias a criatividade era fomentada. Neste sentido, concorda-se com Gontijo (2006), que a criatividade em Matemática compreende a capacidade de encontrar maneiras e caminhos para resolver problemas, inventar fórmulas e encontrar métodos originais para resolver os não tradicionais.

Entretanto, a elaboração de tarefas investigativas não é algo trivial, necessita de tempo para planejamento. Neste contexto, o planejamento e a discussão das tarefas com os professores foi fundamental para o êxito das tarefas propostas. O professor deve sentir-se preparado para as diversas respostas que podem surgir dos alunos para fazer a validação das resoluções. Para o grupo de professores, esta era a maior dificuldade, verificar a validade matemática das respostas no decorrer das tarefas investigativas. Esse foi um dos motivos pelo qual as pesquisadoras efetivaram a socialização das resoluções. Cabe destacar que nas últimas intervenções os professores estavam mais participativos e seguros no decorrer das aulas, auxiliando mais e instigando os alunos para outras resoluções. Infere-se,



então, a importância do professor ter o apoio de outro professor/pesquisador, em sua prática pedagógica quando pretende usar alguma metodologia diferenciada. Fica a questão: como pode-se viabilizar esse apoio?

As discussões que ocorreram no grupo de pesquisa, após a aplicação das tarefas investigativas foram produtivas, pois proporcionou reflexão sobre a complexidade da tarefa, sua viabilidade e necessidade de mudanças tanto na exploração como na formulação. Entretanto, pode-se inferir que estas problematizações ocorreram, pois o grupo de participantes era “pequeno” o que possibilitou a participação de todos. O grupo de pesquisadores pensa que a formação de professores com grupos menores e por período mais constante é mais produtiva do que a realizada em grupos maiores. Ademais, destaca-se a premissa de **pesquisar com a escola** para obter resultados mais promissores, tendo os professores das escolas como parceiros no processo de investigação.

Na continuidade desta ação, o grupo está elaborando tarefas investigativas relacionadas a conceitos geométricos que devem ser explorados nos anos iniciais do Ensino Fundamental, tendo como foco a Base Nacional Comum Curricular. Este conteúdo foi escolhido pelo grupo de professores das escolas parceiras.

5. REFERÊNCIAS

BLANTON, M.. **Algebra and the elementary classroom**. Portsmouth, NA: Heinemann, 2008.

BREDARIOL, C. C.; NACARATO, A. M.. Raciocínios algébricos de alunos do 6º. ao 8º. ano quando resolvem uma situação-problema envolvendo padrões. **Anais... XI Encontro Nacional de Educação Matemática**. Curitiba – Paraná, 18 a 21 de jul. 2013.

GONTIJO, C. H. Resolução e Formulação de Problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em Matemática. **Anais... Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação– Universidade Federal de Pernambuco**, 2006.

IBRAHIM, S. A.; SILVA, M. G. da; RESENDE, M. R.. Análise das questões da Prova Brasil segundo as concepções algébricas de Usiskin. **Revista Encontro de Pesquisa em Educação**. Uberaba, v. 1, n.1, p. 146 -159, 2013.

LAMONATO, M.; PASSOS, C. L. B.; Discutindo resolução de problemas e exploração-investigação matemática: reflexões para o ensino de matemática. **Zetetiké, FE/Unicamp – v. 19, n. 36 – jul/dez 2011**.

LUNA, A. V. de; SOUZA, C. C. C. F. Discussões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental. In **Educação Matemática em Pesquisa**, São Paulo, v.15, Número Especial, p. 817-835, 2013.

PONTE, J.. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H.. **Investigações matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SERRAZINA, M. de L. Aprendizagem da Matemática: A importância da utilização de materiais. **Noesis**, 1991, p. 37-38.